ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «БАРЫШСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНО- ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

Методические рекомендации по выполнению практических занятий по дисциплине ОДБ. 04 Математика

Профессия: 43.01.09 Повар, кондитер

г. Барыш

2018 г.

Методические рекомендации по выполнению практических занятий по учебной дисциплине ОДБ. 04 Математика разработаны в соответствии с ФГОС среднего профессионального образования по профессии

43.01.09 Повар, кондитер, утвержденного Приказом Минобрнауки России от 09.12.2016 № 1569, и на основании рабочей программы. Методические рекомендации предназначены для студентов 1 и 2 курсов.

РАССМОТРЕНО
на заседании ЦМК
Протокол №11
от «31» 08 2018г.
Председатель ЦК
Н. В. Рожкова

Согласовано
Зам. директора по УР
О. В. Шаталова
«31» 08 2018г.

Разработчик: Л. В.Родионова, преподаватель общеобразовательных дисциплин

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка

Методические указания предназначены для проведения практических занятий по дисциплине ОДБ. 04 Математика по профессии 43.01.09 Повар, кондитер.

Содержание практических занятий позволяет освоить:

-практические приемы вычисления, находить абсолютную и относительную погрешности

-практические приемы решения линейных уравнений, линейных неравенств;

-виды и методы решения простейших; показательных и логарифмических уравнений;

-методы и способы решения систем линейных уравнений;

-различные способы задания прямой;

-условия параллельности и перпендикулярности прямых, прямой и плоскости;

--вычисление производной функции;

-решение практических задач;

- вычисление площади плоской фигуры

В рекомендациях к выполнению практических занятий содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждое практическое занятие включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

Ход выполнения практических занятий

Практические занятия необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

Ход занятия:

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)

3. В тетрадях для практических занятий выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.

4. Сдать преподавателю тетради для практических занятий.

Критерии оценивания практических занятий

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых заданий.

Оценка «3» ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

Оценка «2» - решено мене 70% предлагаемых заданий.

Практическое занятие № 1

Тема: Решение заданий на нахождение абсолютной и относительной погрешности

Цель занятия: организовать самостоятельную деятельность учащихся по усвоению понятий – оценка погрешностей суммы, разности, произведения и частного с приближенными числами;

Содержание практического занятия

1. Произвести указанные действия с приближёнными числами (числа даны с точностью до половины единицы разряда последней значащей цифры):

2. Найти абсолютную и относительную погрешности

1 вариант

1) $3{,}5 \cdot 51{,}2 + 8{,}25 \cdot 12{,}7$
2) $(19{,}55 + 1{,}87) \cdot 0{,}42$
3) $(54{,}6 - 42{,}3) \cdot 15{,}4$
4) $54{,}23 : 1{,}1 + 32{,}130 : 10{,}5$
5) $160{,}12 - 34{,}17 : 0{,}34 + 6{,}25 : 12{,}5$
6) $(23{,}14 - 12{,}08) : 0{,}20 + 2{,}4 \cdot 6{,}0$

2 вариант

1) $2{,}7 : 1{,}35 + 0{,}40 : 2{,}5 + 4{,}2 \cdot 1{,}80$
2) $[(11{,}0 - 9{,}47) : 1{,}5 + 46{,}4] : 29 : (2{,}5 \cdot 0{,}16)$
3) $(3{,}6 + 4{,}6 + 3{,}8) \cdot 2{,}4$
4) $6{,}25 \cdot 8 - 5{,}5 \cdot 3{,}6 + 2{,}4 \cdot 4{,}5$
5) $(3{,}06 : 7{,}5 + 3{,}4 \cdot 0{,}38) \cdot (20 - 2{,}38 \cdot 5{,}3)$
6) $(8{,}04 + 2{,}5 \cdot 0{,}24 - 0{,}5) \cdot (5{,}4 + 1{,}5 + 3{,}06)$.

Итог занятия

Написать отчет и сдать на проверку

Практическое занятие № 2

Тема: Решение линейных уравнений и неравенств

Цель занятия: закрепить определение линейного уравнения неравенства и способов их решения

Содержание практического занятия

1. Повторить Основные определения.

1) Что называется высказыванием?

Если из высказывания А следует высказывание В, т о оно В (из А следует В).□записывается следующим образом: А

Если же из высказывания А следует высказывание В, а из высказывания В следует высказывание А, то они называются равносильными и обозначаются А = В.

2) Дать определение уравнения.

Ответ: Равенство с одной переменной называется уравнением с одной переменной. Если нужно найти те значения переменной (значение переменной), при которых получается верное числовое равенство.

3) *Дать определение корня (решения) уравнения.*

Ответ: Определение 2. Корнем или решением уравнения называется значение переменной, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.

Уравнения называются равносильными, если множества их решений равны.

4) *Дать определение линейного уравнения.*

Ответ: Линейным уравнением с одной переменной х называется уравнение вида

ах + в = 0, где а и в - действительные числа.

Решением линейных уравнений и уравнений. Сводящихся к линейным. Основано на следующих теоремах:

1. Если к обеим частям уравнения прибавить одно и то же число, то получится уравнение, равносильное данному.
2. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится уравнение, равносильное данному.

Пример.

Линейное уравнение ах + в = 0 может иметь только одно решение или совсем не иметь решений. Или иметь бесконечное множество решений. Пояснить на примерах,

1) уравнение 5х + 10 = 0 имеет единственное решение: х = -10:5 = - 2; х = -2.;
2) уравнение 3х = 0 имеет единственное решение: х = 0;

3) уравнение $0*x + 2 = 0$ не имеет решения, так как при любом значении x произведение $0*x = 0$ и $0 + 2 \neq 0$;
4) уравнение $0*x = 0$ имеет бесчисленное множество решений. Любое число является решением уравнения.

Содержание практического занятия.

1. Решите уравнения:

а) $3x^2 + 8x + 5 = 0$
б) $2x^2 - 5x - 3 = 0$
в) $x^2 - 6x + 9 = 0$
г) $x^2 - 3x + 15 = 0$
д) $2x^2 - x = 0$
е) $x^2 - 9 = 0$
ж) $3x^2 + 75 = 0$
з) $5x - 6 = -3$
и) $8x - 15 = 3x - 6$
к) $\frac{1}{2}x - 36 = -24$
л) $15x + 3\cdot(2x - 1) = 10\cdot \cdot(2x-3)$
м) $4\cdot(x-6) - 4\cdot(x - 8) = -10$

2. Решите неравенства:
а) $4x + 3 > 2x$
б) $\frac{1}{2}x + 8 \geq 1 - x$
в) $2\cdot(x + 8) < -4\cdot(x + 11)$
г) $3\cdot(2x - 7) - 1 < 4$
д) $2\cdot(6x - 1) \geq 7\cdot(2x + 3)$

Практическое занятие №3

Тема: Функции одной переменной и их свойства.

Цель: сформировать умение использовать свойства функции для ее исследования, решать задачи и упражнения по данной теме.

Теоретические сведения к практическому занятию

Если каждому элементу x из множества X по некоторому правилу f поставлен в соответствие элемент y множестваY, то говорят, что на множестве X определена функция со значениями в множестве Y, и записывают y=f(x).

Множество X называется областью определения функции D(f), а множество Y – областью значений функции E(f).

Пример 1. Найти область определения функции

$$1)\, y=\frac{15}{x+6}$$

$$x+6\neq 0$$

$$x\neq -6$$

$$D(y)=(-\infty;-6)\cup(-6;\infty)$$

$$2)\, y=\frac{x+13}{x^2-7x+12}$$

$$y=\frac{x+13}{x^2-7x+12}=\frac{x+13}{(x-3)(x-4)}$$

$$x-3\neq 0 \quad x-4\neq 0$$

$$x\neq 3 \quad x\neq 4$$

$$D(y)=(-\infty;3)\cup(3;4)\cup(4;\infty)$$

$$3)\, y=\sqrt{x^2-81}$$

$$x^2-81\geq 0$$

$$(x-9)(x+9)\geq 0$$

$$D(y)=(-\infty;-9]\cup[9;\infty)$$

Основные свойства функции:

1. Четность и нечетность. Функция y=f(x) называется четной, если для любых значений x из области определения f(-x)=f(x), и называется нечетной, если f(-x)=-f(x). В противном случае функция y=f(x) называется функцией общего вида.

Пример 2. Установить четность или нечетность функции.

1) $y = x^2 + 6$

$y(-x) = (-x)^2 + 6 = x^2 + 6 = y(x)$

$\Rightarrow$ *функция четная*

2) $y = \sin x + 2x$

$y(-x) = \sin(-x) + 2(-x) = -\sin x - 2x = -(\sin x + 2x) = -y(x)$

$\Rightarrow$ *функция нечетная*

3) $y = \dfrac{x+2}{x^2 - 16}$

$y(-x) = \dfrac{(-x)+2}{(-x)^2 - 16} = \dfrac{-x+2}{x^2 - 16}$

$\Rightarrow$ *функция общего вида*

2. Монотонность. Функция y=f(x) называется возрастающей (убывающей) на некотором промежутке X из области определения, если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее (меньшее) значение функции.

3. Ограниченность. Функция y=f(x) называется ограниченной на некотором промежутке X из области определения, если существует число M>0, такое, что $|f(x)| \le M$ для любого $x \in X$.

4. Периодичность. Функция y=f(x) называется периодической с периодом T>0, если для любых значений x из области определения f(x+T)=f(x-T)=f(x).

Если каждому значению цены p за единицу товара поставлено в соответствие число q – количество товара, которое потребители готовы купить по данной цене за определенный промежуток времени, то говорят, что задана функция спроса, и пишут q=f(p).

Эта функция определена для тех значений $p \ge 0$, для которых $f(p) \ge 0$ и множество ее значений $q \ge 0$.

График функции спроса называют кривой спроса.

Пример 3. Функция спроса на некоторый товар имеет вид $q = 60 - \sqrt{100 + p}$, где q – количество товара (тыс. шт.); p – цена единицы товара (руб.). Требуется найти:

- Область определения и множество значений этой функции
- Функцию цены в виде $p = f^{-1}(q)$
- Объем спроса при ценах на товар: $p_1 = 300; p_2 = 800$
- Цену за единицу товара, если $q_1 = 10; q_2 = 15$,

- Выручку продавцов в каждом из этих случаев.

Решение: 1) Получим систему неравенств:

$$\begin{cases} p \ge 0 \\ 100+p \ge 0 \\ 60-\sqrt{100+p} \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \ge 0 \\ p \ge -100 \\ \sqrt{100+p} \le 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \ge 0 \\ p \ge -100 \\ 100+p \le 3600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \ge 0 \\ p \ge -100 \Rightarrow \quad 0 \le p \le 3500 \\ p \le 3500 \end{cases}$$

$D(f)=[0;3500]$

Выразим значение p через q:

$$\sqrt{100+p}=60-q$$
$$100+p=(60-q)^2$$
$$100+p=3600-120q+q^2$$
$$p=q^2-120q+3500$$
$$p \ge 0,\quad q^2-120q+3500 \ge 0$$
$$q \in (-\infty;50] \cup [70;\infty)$$
$$q \ge 0,\quad q \in [0;50] \cup [70;\infty)$$

Из закона спроса следует, что с увеличением цены p от нуля до 3500 руб. спрос должен падать. В нашем случае функция q убывает в промежутке $q \in [0;50]$, следовательно, множество значений функции $E(f) \in [0;50]$.

1) Функция цены имеет вид $p=q^2-120q+3500$

2) $p_1=300 \Rightarrow q_1=60-\sqrt{100+300}=60-20=40 \quad (\textit{тыс.шт.});$
   $p_2=800 \Rightarrow q_1=60-\sqrt{100+800}=60-30=30 \quad (\textit{тыс.шт.});$

3) $q_1=10 \Rightarrow p_1=100-120\cdot 10+3500=2400 \quad (\textit{руб.});$
   $q_2=15 \Rightarrow p_2=225-120\cdot 15+3500=1925 \quad (\textit{руб.}).$

4) Выручка от продажи составляет $u=pq$, следовательно,

$$u_1=p_1\cdot q_1=2400\cdot 10=24000(\text{руб.})$$
$$u_2=p_2\cdot q_2=1925\cdot 15=28875(\text{руб.})$$

Если каждому значению цены p за единицу товара поставлено в соответствие число q – количество товара, которое производители готовы продать по данной цене за определенный промежуток времени, то говорят, что задана функция предложения, и пишут q=φ(p).

Эта функция определена для тех значений $p \ge 0$, для которых $\varphi(p) \ge 0$ и множество ее значений $q \ge 0$.

Пример 4. Функция предложения некоторого товара на рынке имеет вид $q=\frac{1}{9}(\mathrm{p}-2)^2-1$, где q – количество предлагаемого товара (тыс. шт.); p – цена единицы товара (руб.). Требуется найти:

- Область определения и множество значений функции q
- Объем предложения при ценах за единицу товара: $p_1=11; p_2=20$
- Зависимость цены за единицу товара от объема спроса, т.е. функцию $p=\varphi^{-1}(\mathrm{q})$

Решение: 1) Найдем область определения:

$$\frac{1}{9}(\mathrm{p}-2)^2-1\geq 0$$
$$(\mathrm{p}-2)^2-9\geq 0$$
$$(p-2-3)(p-2+3)\geq 0$$
$$(p-5)(p+1)\geq 0$$
$$p\in(-\infty;-1]\cup[5;\infty)$$
$$Т.к.\ p\geq 0\Rightarrow\quad p\in[5;\infty)$$

Множество значений функции q при $p\geq 5$ будет $q\in[0;+\infty)$.

1) При
$$p_1=11;\mathrm{q}_1=\frac{1}{9}(11-2)^2-1=9-1=8(\text{тыс.шт.})$$
$$p_2=20;\mathrm{q}_2=\frac{1}{9}(20-2)^2-1=36-1=35(\text{тыс.шт.})$$

2) Найдем функцию $p=\varphi^{-1}(\mathrm{q})$

$$q=\frac{1}{9}(\mathrm{p}-2)^2-1$$
$$\frac{1}{9}(\mathrm{p}-2)^2=q+1$$
$$(\mathrm{p}-2)^2=9(q+1)$$
$$p-2=\pm\sqrt{9(q+1)}$$
$$p-2=\pm 3\sqrt{(q+1)}$$
$$p=2+3\sqrt{(q+1)}\quad p=2-3\sqrt{(q+1)}$$
$$\text{Т.к.}\ p\geq 5,\quad p=2+3\sqrt{(q+1)}$$

Содержание практического занятия

Задание 1. Найти область определения функции

$$1)\ y = \frac{32 + x}{(x-4)(x+9)}$$

$$2)\ y = \frac{29 - x}{x^2 + 15x}$$

$$3)\ y = \frac{4x}{x^2 - 5x + 6}$$

$$4)\ y = \sqrt{x^2 - 100}$$

$$5)\ y = \log_6(x-3)$$

$$6)\ y = \frac{\sqrt{x+2}}{(x-3)(x+1)}$$

Задание 2. Установить четность или нечетность функции.

$$1) y = x^4 - x^2 + 3$$

$$2) y = \frac{x^5 + 9}{x}$$

$$3) y = -\sin x - 4x$$

$$4) y = e^x + 12$$

$$5)\ \mathrm{y} = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 16} \cdot \cos x$$

$$6)\ \mathrm{y} = \mathrm{tgx} - 2\,\mathrm{x}$$

Практическое занятие № 4

Тема: Непрерывность функции, точки разрыва.

Цель: сформировать умение исследовать функцию на непрерывность и наличие точек разрыва, определять род точек разрыва.

Теоретические сведения к практическому занятию.

Функция $y = f(x)$ называется *непрерывной в точке* x_0, если она: 1) определена в точке x_0; 2) имеет конечный предел при $x \to x_0$; 3) этот предел равен значению функции в этой точке $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Функция называется непрерывной, если:

1) $\lim\limits_{\square x \to 0} \square f = 0 \quad \square f = f(\mathrm{x}_0 + \square \mathrm{x}) - f(\mathrm{x}_0)$

2) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad |x - x_0| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

3) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(\mathrm{x}_0)$

Функция называется непрерывной на некотором промежутке X, если она непрерывна в каждой точке этого промежутка.

Пример 1: Доказать, что функция $f(\mathrm{x}) = 3\mathrm{x}^2 - 2x + 1$ непрерывна на $(-\infty;+\infty)$

Решение:

$$\Delta f=\left(3\left(x_0+\Delta x\right)^2-2\left(x_0+\Delta x\right)+1\right)-\left(3x_0{}^2-2x_0+1\right)=3x_0{}^2+6x_0\Delta x+3\Delta x^2-2x_0-2\Delta x+1-3x_0{}^2+2x_0-1=$$

$$=6x_0\Delta x+3\Delta x^2-2\Delta x$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\Delta f=\lim_{\Delta x\to 0}\left(6x_0\Delta x+3\Delta x^2-2\Delta x\right)=0$$

Точка x_0 называется точкой разрыва функции, если в этой точке не выполнено хотя бы одно из условий 1—3 непрерывности функции. Все элементарные функции непрерывны во всех точках, где они определены.

Классификация точек разрыва:

1) x_0 – точка устранимого разрыва, если а) $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)\neq f(x_0)$

   б) в точке x_0 функция не определена

2) x_0 – точка разрыва I рода, если $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)\neq\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)$

   $h=f(x_0+0)-f(x_0-0)$ - скачок функции

3) x_0 – точка разрыва II рода, если хотя бы один из односторонних пределов равен бесконечности или не существует

Пример 2:

Найти точки разрыва функции и установить их тип

$$a)\ y=f(x)=\begin{cases} x^2+1, x<1\\ 0, x=1\\ x+1, x>1\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1-0}\left(x^2+1\right)=2$$

$$\lim_{x\to 1+0}\left(x+1\right)=2$$

$$f(1)=0$$

$$\Rightarrow x_0=1 \quad \textit{точка} \quad \textit{устранимого} \quad \textit{разрыва}$$

$$б)\ y=f(x)=\begin{cases} x^2, x\le 1\\ x-2, x>1\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1-0} x^2=1\neq\lim_{x\to 1+0}\left(x-2\right)=-1$$

$$\Rightarrow x_0=1 \quad \textit{точка} \quad \textit{разрыва} \quad I \quad \textit{рода}$$

$$h=-1-1=-2$$

$$в)\ y=2^{\frac{1}{x-1}}$$

$$\lim_{x\to 1-0} 2^{\frac{1}{x-1}}=\lim_{x\to 1-0} 2^{\frac{1}{1-0-1}}=2^{-\infty}=\frac{1}{2^{\infty}}=0$$

$$\lim_{x\to 1+0} 2^{\frac{1}{x-1}}=2^{\infty}=\infty$$

$$\Rightarrow x_0=1 \quad \textit{точка} \quad \textit{разрыва} \quad II \quad \textit{рода}$$

Содержание практического занятия

Задание 1. Доказать, что функция является непрерывной

$а)\, f(\mathrm{x}) = x + 9$

$б)\, f(\mathrm{x}) = \mathrm{x}^3 + 8$

$в)\, f(\mathrm{x}) = 2\,\mathrm{x}^2 + 6x - 5$

$г)\, f(\mathrm{x}) = 10\,\mathrm{x}^2 - 12x$

Задание 2. Найти точки разрыва и установить их тип

$$а)\, \mathrm{y} = f(\mathrm{x}) = \begin{cases} -e^{-x}, x < 0 \\ 0, x = 0 \\ e^{x}, x > 0 \end{cases}$$

$$б)\, \mathrm{y} = f(\mathrm{x}) = \frac{\sin x}{x}$$

$$в)\, y = f(\mathrm{x}) = e^{\frac{1}{x+3}}$$

$$г)\, \mathrm{y} = f(\mathrm{x}) = \frac{\cos x}{x}$$

Практическое занятие №5

Тема: Производная и ее геометрический смысл. Правило Лопиталя.

Цель: сформировать умение находить производные функций, заданных в явном, логарифмическом и параметрическом виде, находить производные сложных функций, знать геометрический смысл производной, применять правило Лопиталя для нахождения пределов.

Теоретические сведения к практическому занятию

Производной функции $y = f(x)$ называется конечный предел отношения приращения функции $\Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)$ к приращению независимой переменной Δx при стремлении последнего к нулю:

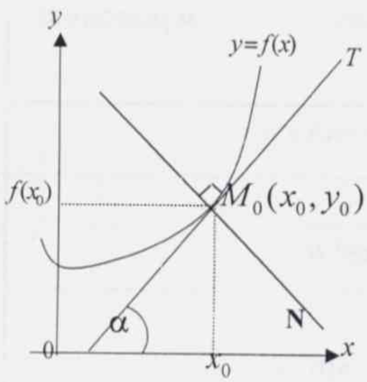
$$y' = f' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}. \qquad (1)$$

Обозначения производной в точке x_0:

$$f'(x_0),\quad \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x_0},\quad \frac{df(x_0)}{dx},\quad \left.y'_x\right|_{x_0},\quad y'(x_0) \text{ и другие.}$$

Если функция в точке x_0 (или на промежутке X) имеет конечную производную, то функция называется *дифференцируемой в этой точке* (или на промежутке X).

Процесс отыскания производной называется *дифференцированием*.



Геометрический смысл производной.

Если кривая задана уравнением $y = f(x)$, *то* $f'(x_0) = \text{tg}\alpha$ — *угловой коэффициент касательной к графику функции в этой точке* ($K = \text{tg}\alpha = f'(x_0)$).

Уравнение касательной к кривой $y = f(x)$ *в точке* x_0 *(прямая* M_0T*) имеет вид:*

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0), \tag{2}$$

а уравнение нормали (M_0N):

$$y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0). \tag{3}$$

Правила дифференцирования

№ пп	$U = u(x)$, $V=V(x)$ — дифференцируемые функции	№ пп	$U = u(x)$, $V=V(x)$ — дифференцируемые функции
I	$(u \pm v)' = u' \pm v'$	**VI**	Производная сложной функции $y = f[u(x)]$, $y' = f'_u \cdot u'_x$
II	$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	**VII**	Функция задана параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$, $y'_x = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y'_t}{x'_t}$.
III	$(c \cdot u)' = c \cdot u'$, $c = \text{const}$		
IV	$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$, $(v(x) \neq 0)$	**VIII**	Если $y = f(x)$ и $x = f^{-1}(y)$ — взаимно обратные функции, то $x'_y = \dfrac{1}{y'_x}$, $(y'_x \neq 0)$.
V	$\left(\dfrac{c}{v}\right)' = -\dfrac{c \cdot v'}{v^2}$, $c = \text{const}$ $(v(x) \neq 0)$		

Формулы дифференцирования основных элементарных функций

№ пп	c=const, x — независимая переменная, $u = u(x)$ — дифференцируемая функция		
1	$C' = 0$	**9**	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
2	$x' = 1$	**10**	$(\mathrm{tg}u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$
3	$(u^{\alpha})' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$	**11**	$(\mathrm{ctg}u)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$
4	$(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$	**12**	$(\arcsin u)' = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}; \quad \lvert u \rvert < 1$
5	$(e^u)' = e^u \cdot u'$	**13**	$(\arccos u)' = -\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}; \quad \lvert u \rvert < 1$
6	$(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a} \quad (u > 0)$	**14**	$(\mathrm{arctg}u)' = \dfrac{u'}{1+u^2}$
7	$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u} \quad (u > 0)$	**15**	$(\mathrm{arcctg}u)' = -\dfrac{u'}{1+u^2}$
8	$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$		

Производной n-го порядка называется производная от производной (n–1)-го порядка. Производные высших порядков вычисляются последовательным дифференцированием данной функции.

Производная второго порядка $y'' = (y')'$ или $\dfrac{d^2 y}{dx^2}$.

Производная третьего порядка $y''' = (y'')'$ или $\dfrac{d^3 y}{dx^3}$ и т. д.

Пример 1. Найти производные функций:

$$а)\ y = 3x^5 + \sqrt[3]{x^2} - \frac{4}{x^3};\ б)\ s = (e^t - 2\ln t)\sin t;\ в)\ u = \mathrm{ctg}^3 \frac{v}{3};\ г)\ z = \frac{\mathrm{arctg} 2t}{1 + 4t^2}.$$

Решение.

а) Используя правила I, III и формулу (3), получим:

$$y' = (3x^5 + \sqrt[3]{x^2} - 4/x^3)' = 3(x^5)' + (x^{2/3})' - 4(x^{-3})' =$$
$$= 3{\cdot}5x^4 + \frac{2}{3}x^{-1/3} - 4(-3x^{-4}) = 15x^4 + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{12}{x^4}.$$

б) Используя правила дифференцирования произведения функций II, разности I, формулы (5), (7), (8) и учитывая, что независимая переменная есть t, т. е. t=1, получим:?

$$s = [(e^t - 2\ln t)\sin t]' = (e^t - 2\ln t)'\sin t + (e^t - 2\ln t)(\sin t)' =$$
$$((e^t)' - 2(\ln t)')\sin t + (e^t - 2\ln t)\cos t = \left(e^t - \frac{2}{t}\right)\sin t + (e^t - 2\ln t)\cos t.$$

в) Сложная степенная функция, независимая переменная есть v, т. е. v=1;? используя формулу (3), получим:

$$u' = \left[\left(\mathrm{ctg}\frac{v}{3}\right)^2\right] = 2\left(\mathrm{ctg}\frac{v}{3}\right)\left(\mathrm{ctg}\frac{v}{3}\right)' = 2\left(\mathrm{ctg}\frac{v}{3}\right)\left(-\frac{\left(\frac{v}{3}\right)'}{\sin^2\frac{v}{3}}\right) =$$

$$= 2\mathrm{ctg}\frac{v}{3}\left(-\frac{\frac{1}{3}}{\sin^2\frac{v}{3}}\right) = -\frac{2\mathrm{ctg}\frac{v}{3}}{3\sin^2\frac{v}{3}} = -\frac{2}{3}\frac{\cos\frac{v}{3}}{\sin^3\frac{v}{3}}.$$

г) Используя правила дифференцирования частного IV, суммы I, III и формулы (3), (14), учитывая, что t=1, получим:?

$$z' = \left(\frac{\mathrm{arctg}2t}{1+4t^2}\right)' = \frac{(\mathrm{arctg}2t)'(1+4t^2) - (\mathrm{arctg}2t)(1+4t^2)'}{(1+4t^2)^2} =$$

$$= \frac{\frac{(2t)'}{1+4t^2}(1+4t^2) - \mathrm{arctg}2t(0+4{\cdot}2t)}{(1+4t^2)^2} = \frac{2-8t\,\mathrm{arctg}2t}{(1+4t^2)^2}.$$

Пример 2. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \sqrt{x^2 - 3}$ в точке с абсциссой x_0=2.

Используем уравнения касательной (2) и нормали (3):

1) $y(x_0)=y(2)=\sqrt{2^2-3}=1;$

2) $y'(x)=((x^2-3)^{1/2})'=\frac{1}{2}(x^2-3)^{-\frac{1}{2}}(x^2-3)'=\frac{1}{2}(x^2-3)^{-\frac{1}{2}}2x=\frac{x}{\sqrt{x^2-3}};$

$$y'(x_0)=y'(2)=\frac{2}{\sqrt{2^2-3}}=2.$$

Подставим x_0, $y(x_0)$, $y'(x_0)$ в уравнения и получим: $y=1+2(x-2)$, или $2x-y-3=0$ — уравнение касательной.

$y=1-\frac{1}{2}(x-2)$, или $x+2y-4=0$ — уравнение нормали.

Пример 3 Найти производную второго порядка функции $y=x^2\ln x$.

Решение. $y''=(y')'$, поэтому найдём производную первого порядка, а затем второго.

$$y'=(x^2\ln x)'=(x^2)'\ln x+x^2(\ln x)'=2x\cdot\ln x+x^2\frac{1}{x}=2x\ln x+x=x(2\ln x+1).$$

$$y''=(x(2\ln x+1))'=x'(2\ln x+1)+x(2\ln x+1)'=2\ln x+1+x\frac{2}{x}=2\ln x+3.$$

Пример 4. Найти производную функции $y=x^x$ логарифмическим дифференцированием

$$y=x^x$$
$$\ln y=\ln x^x$$
$$\ln y=x\cdot\ln x$$
$$(\ln y)'=(x\cdot\ln x)'$$
$$\frac{y'}{y}=1\cdot\ln x+x\cdot\frac{1}{x}$$
$$\frac{y'}{y}=\ln x+1$$
$$y'=y(\ln x+1)$$
$$y'=x^x\cdot(\ln x+1)$$

Правило Лопиталя. Предел отношения двух б.м. $\left(\frac{0}{0}\right)$ или б.б. $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ функций равен пределу отношения их производных (конечному или бесконечному), если последний существует:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\varphi(x)}=\lim_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}. \qquad (5)$$

Чтобы использовать правило Лопиталя для раскрытия неопределённостей других типов, выражение под знаком предела следует преобразовать элементарными способами так, чтобы получить неопределенность $\left(\frac{0}{0}\right)$ или $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ и затем использовать формулу (5).

Пример 5. Найти пределы, используя правило Лопиталя или элементарные способы раскрытия неопределённостей:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^3+2x-3}{x^2+6}$; *б)* $\lim\limits_{x\to-7}\frac{2x^2+15x+7}{x^2+5x-14}$;

Решение.

а) Подставляя в функцию вместо x предельное значение ∞, определим предел числителя и знаменателя.

$$\lim_{x\to\infty}(4x^3+2x-3)=\lim_{x\to\infty}x^3\left(4+\frac{2}{x^2}-\frac{3}{x^3}\right)=\infty\cdot4=\infty,\ \text{т. к. } \frac{2}{x^2}\to0,\ \frac{3}{x^3}\to0.$$

Аналогично: $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2+6)=\infty.$

Имеем неопределенность вида $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$. Используем правило Лопиталя:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3+2x-3}{x^2+6}=\lim_{x\to\infty}\frac{(4x^3+2x-3)'}{(x^2+6)'}=\lim_{x\to\infty}\frac{12x^2+2}{2x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(12x^2+2)'}{(2x)'}=\lim_{x\to\infty}\frac{24x}{2}=\lim_{x\to\infty}12x=\infty.$$

б) $\lim\limits_{x\to-7}\frac{2x^2+15x+7}{x^2+5x-14}=\lim\limits_{x\to-7}\frac{2(-7)^2+15(-7)+7}{(-7)^2+5(-7)-14}=\left(\frac{0}{0}\right)=$

$$= \lim_{x\to -7}\frac{(2x^2+15x+7)'}{(x^2+5x-14)'} = \lim_{x\to -7}\frac{4x+15}{2x+5} = \lim_{x\to -7}\frac{4(-7)+15}{2(-7)+5} = \frac{-13}{-9} = \frac{13}{9}.$$

Содержание практического занятия

Задание 1. Найти производные 1-го порядка данных функций

1) *а)* $y = 3x^3 - \frac{5}{x^7} - \sqrt[4]{x^5}$; *б)* $s = (1+t^2)(2 - 3\mathrm{arcctg}t)$; *в)* $u = \ln^3\frac{V}{2}$; *г)* $z = \frac{5-\sin 3t}{e^{4t}}$.

2) *а)* $y = 5x - \frac{2}{x^4} + 3\sqrt[5]{x^6}$; *б)* $s = (4 - 3\ln t)(5 + 2\sin t)$; *в)* $u = \sin^4(2V+3)$; *г)* $z = \frac{\sin(2-t)}{2-\ln 3t}$. 3) *а)* $y = 7x^2 + \frac{4}{x^6} - \sqrt[5]{x^2}$; *б)* $s = (3-\cos t)(5+6\sin t)$; *в)* $u = \sqrt[3]{1-4V^2}$; *г)* $z = \frac{t^3 - e^{3t}}{\arccos 2t}$.

4) *а)* $y = 5x^2 + \frac{3}{x^4} - \sqrt[6]{x^7}$; *б)* $s = (3t^3 - 4)(t - 2\cos t)$; *в)* $u = \ln^2(5V-3)$; *г)* $z = \frac{\ln(4-5t)}{\sin t}$.

5) *а)* $y = x^5 - \frac{2}{x^3} + 2\sqrt[7]{x^5}$; *б)* $s = t^4(4 + \mathrm{arctg}t)$; *в)* $u = \cos^3(3V+1)$; *г)* $z = \frac{t - \arcsin 5t}{e^{-t}}$.

6) *а)* $y = x^4 + \frac{1}{x} - 2\sqrt[3]{x}$; *б)* $s = (3 + \mathrm{tg}t)(1 - 4\mathrm{ctg}t)$; *в)* $u = tg^4(3V+2)$; *г)* $z = \frac{\mathrm{arctg}2t}{1+4t^2}$.

Задание 2. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0.

1) $\frac{x^2-3}{x}$, $x_0 = 1$.

2) $\sqrt{5-x^2}$, $x_0 = 2$.

3) $\frac{x^2+3x}{3}$, $x_0 = -1$.

4) $\sqrt{x} + 2x$, $x_0 = 9$.

5) $\frac{x^2}{x-2}$, $x_0 = 1$.

6) $\sqrt{1+3x}$, $x_0 = 1$.

Задание 3. Найти производную второго порядка функции y=f(x).

1) $y = \ln x + 9$

2) $y = \cos x - \ln x$

3) $y = \mathrm{sinx} + x^4$

4) $y = x^2 + \sin x$

5) $y = x + \ln x$

6) $y = 3e^x + 2x$

Задание 4. Найти производную функции логарифмическим дифференцированием

1) $y = (\sin x)^{\cos x}$

2) $y = (\cos x)^x$

3) $y = x^{\ln x}$

Практическое занятие № 6

Тема: Интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл.

Цель: сформировать умение вычислять неопределенные и определенные интегралы, используя различные методы интегрирования.

Теоретические сведения к практическому занятию

Функция $F(x)$, определенная на интервале (a,b), называется *первообразной* для функции $f(x)$, определенной на том же интервале (a,b), если $F'(x) = f(x)$.

Если $F(x)$ — первообразная для функции $f(x)$, то любая другая первообразная $\Phi(x)$ для функции $f(x)$ отличается от $F(x)$ на некоторое постоянное слагаемое, т. е. $\Phi(x) = F(x) + C$, где C — const .

Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ называется совокупность всех первообразных для этой функции. Обозначается неопределенный интеграл: $\int f(x)dx = F(x) + C$, где $F'(x) = f(x)$, C — const.

Операция нахождений первообразной для данной функции называется *интегрированием*. Интегрирование является обратной операцией к дифференцированию:

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x).$$

интегралов с использованием таблицы и основных свойств называют непосредственным интегрированием.

Пример 1. Пользуясь таблицей основных интегралов и свойствами неопределенного интеграла, найти интегралы (результат интегрирования проверить дифференцированием):

$$а)\int\left(\frac{5}{\sqrt{x^2+7}}-\frac{3x^3+1}{x^4}+2\sqrt[6]{x^5}\right)dx; \qquad б)\int\left(\frac{5}{11x^2+2}+3\cdot 5^x+\frac{16-x^2}{4+x}\right)dx.$$

Решение.

$$а)\int\left(\frac{5}{\sqrt{x^2+7}}-\frac{3x^3+1}{x^4}+2\sqrt[6]{x^5}\right)dx=\int\left(\frac{5}{\sqrt{x^2+7}}-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^4}+2x^{5/6}\right)dx=$$

$$=\left\{\begin{array}{l}\text{используем свойства 3 и 4 и разобьем интеграл от суммы}\\ \text{функции на сумму интегралов, при этом постоянные}\\ \text{множители вынесем за знак интегралов}\end{array}\right\}=$$

$$=5\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+7}}-3\int\frac{dx}{x}-\int x^{-4}dx+2\int x^{5/6}dx=\left\{\begin{array}{l}\text{используем табличные}\\ \text{интегралы 12, 4, 3}\end{array}\right\}=$$

$$=5\ln\left|x+\sqrt{x^2+7}\right|-3\ln|x|-\frac{x^{-4+1}}{-4+1}+2\cdot\frac{x^{5/6+1}}{5/6+1}+C=$$

$$=5\ln\left|x+\sqrt{x^2+7}\right|-3\ln|x|+\frac{1}{3x^3}+\frac{12}{11}x^{11/6}+C.$$

Проверка:

$$\left(5\ln\left|x+\sqrt{x^2+7}\right|-3\ln|x|+\frac{1}{3x^3}+\frac{12}{11}x^{11/6}+C\right)'=5\left(\ln\left|x+\sqrt{x^2+7}\right|\right)'-$$

$$-3\left(\ln|x|\right)'+\frac{1}{3}\left(x^{-3}\right)'+\frac{12}{11}\left(x^{11/6}\right)'+C'=\left\{\begin{array}{l}\text{используем формулы}\\ \text{4, 3, 1 таблицы производных}\end{array}\right\}=$$

$$=5\cdot\frac{\left(x+\sqrt{x^2+7}\right)'}{x+\sqrt{x^2+7}}-3\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{3}(-3)x^{-3-1}+\frac{12}{11}\cdot\frac{11}{6}\cdot x^{11/6-1}=5\cdot\frac{1+\dfrac{\left(x^2+7\right)'}{2\sqrt{x^2+7}}}{x+\sqrt{x^2+7}}-$$

$$-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^4}+2x^{5/6}=5\frac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+7}}}{x+\sqrt{x^2+7}}-\frac{3x^3+1}{x^4}+2\sqrt[6]{x^5}=5\frac{\sqrt{x^2+7}+x}{\left(x+\sqrt{x^2+7}\right)\sqrt{x^2+7}}-$$

$$-\frac{3x^3+1}{x^4}+2\sqrt[6]{x^5}=\frac{5}{\sqrt{x^2+7}}-\frac{3x^3+1}{x^4}+2\sqrt[6]{x^5}\text{ — верно.}$$

$$б)\int\left(\frac{5}{11x^2+2}+3\cdot 5^x+\frac{16-x^2}{4+x}\right)dx=5\int\frac{dx}{11\left(x^2+\frac{2}{11}\right)}+3\int 5^x dx+$$

$$+\int\frac{(4-x)(4+x)}{4+x}dx=\frac{5}{11}\int\frac{dx}{x^2+\left(\sqrt{\frac{2}{11}}\right)^2}+3\int 5^x dx+4\int dx-\int x\,dx=$$

$$=\begin{Bmatrix}\text{используем формулы}\\ \text{13, 5, 2, 3 таблицы интегралов}\end{Bmatrix}=\frac{5}{11}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{11}}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{\frac{2}{11}}}+3\cdot\frac{5^x}{\ln 5}+$$

$$+4x-\frac{x^{1+1}}{1+1}+C=\frac{5}{\sqrt{22}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{11}{2}}x+3\frac{5^x}{\ln 5}+4x-\frac{x^2}{2}+C.$$

Проверка:

$$\left(\frac{5}{\sqrt{22}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{11}{2}}x+3\frac{5^x}{\ln 5}+4x-\frac{1}{2}x^2+C\right)'=\frac{5}{\sqrt{22}}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{11}{2}}x\right)'+$$

$$+\frac{3}{\ln 5}\left(5^x\right)'+4x'-\frac{1}{2}\left(x^2\right)'+C'=\begin{Bmatrix}\text{используем формулы 14, 5, 2, 3, 1}\\ \text{таблицы производных}\end{Bmatrix}=$$

$$=\frac{5}{\sqrt{22}}\frac{\left(\sqrt{\frac{11}{2}}x\right)'}{1+\frac{11}{2}x^2}+\frac{3}{\ln 5}\cdot 5^x\ln 5+4\cdot 1-\frac{1}{2}2x^{2-1}=\frac{5}{\sqrt{22}}\cdot\frac{\sqrt{\frac{11}{2}}}{\frac{2+11x^2}{2}}+$$

$$+3\cdot 5^x+4-x=\frac{5}{\sqrt{11}\cdot\sqrt{2}}\frac{\sqrt{11}\cdot 2}{\sqrt{2}\left(2+11x^2\right)}+3\cdot 5^x+\frac{(4-x)(4+x)}{4+x}=$$

$$=\frac{5}{2+11x^2}+3\cdot 5^x+\frac{16-x^2}{4+x}\text{ — верно.}$$

Метод замены переменной

Теорема 1. Пусть $x=\varphi(t)$ монотонная, непрерывно дифференцируемая функция, тогда

$$\int f(x)dx=\int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt. \qquad (1)$$

При этом, если $\int f(\varphi(t)\varphi'(t))\,dt=F(t)+C$, то $\int f(x)dx=F(\psi(x))+C$, где $\psi(x)$ — функция, обратная $\varphi(t)$.

Формула (1) называется *формулой замены переменной* в неопределенном интеграле.

Алгоритм замены переменной:

1) Связать старую переменную интегрирования x с новой переменной t с помощью замены $x=\varphi(t)$.

2) Найти связь между дифференциалами $dx=\varphi'(t)dt$.

3) Перейти под знаком интеграла к новой переменной.

4) Проинтегрировать и в полученной первообразной вернуться к старой переменной, подставив $t=\psi(x)$.

Пример 2. Проинтегрировать подходящей заменой переменной.

а) $\int\cos 4x dx$; *б)* $\int e^{9x+1}dx$; *в)* $\int x(2-x^2)^5 dx$

Решение:

$$а)\ \int\cos 4xdx=\left|\begin{array}{c} t=4x \\ dt=(4x)'=4dx \\ dx=\dfrac{dt}{4}\end{array}\right|=\int\cos t\frac{dt}{4}=\frac{1}{4}\int\cos tdt=\left\{\begin{array}{l}\text{формула 7}\\ \text{таблицы}\\ \text{интегралов}\end{array}\right\}=$$

$$=\frac{1}{4}\sin t+C=\frac{1}{4}\sin 4x+C.$$

$$б)\ \int e^{9x+1}dx=\left|\begin{array}{c} t=9x+1 \\ dt=(9x+1)'=9dx \\ dx=\dfrac{dt}{9}\end{array}\right|=\int e^t\frac{dt}{9}=\frac{1}{9}\int e^t dt=\left\{\begin{array}{l}\text{формула 6}\\ \text{таблицы}\\ \text{интегралов}\end{array}\right\}=$$

$$=\frac{1}{9}e^t+C=\frac{1}{9}e^{9x+1}+C.$$

Определенный интеграл, его вычисление и свойства

Определенный интеграл от функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a,b]$, вычисляется по формуле:

$$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a),\quad(5)$$

где $F(x)$— первообразная для функции $f(x)$, т. е. $F'(x)=f(x)$.

Формула (5) называется *формулой Ньютона — Лейбница.*

Свойства определенного интеграла:

1) $\int\limits_a^b f(x)dx = -\int\limits_b^a f(x)dx;$ 2) $\int\limits_a^a f(x)dx = 0;$

3) $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx;$

4) $\int\limits_a^b \left(f(x)+g(x)\right)dx = \int\limits_a^b f(x)dx + \int\limits_a^b g(x)dx;$

5) $\int\limits_a^b Cf(x)dx = C\int\limits_a^b f(x)dx,\ C-\text{const};$

6) Если $f(x)\le g(x)$ для всех $x\in[a,b]$, то $\int\limits_a^b f(x)dx \le \int\limits_a^b g(x)dx;$

7) Если $m\le f(x)\le M$ для всех $x\in[a,b]$, то

$m(b-a)\le \int\limits_a^b f(x)dx \le M(b-a).$

При вычислении определенного интеграла для нахождения первообразной используют те же методы, что и для нахождения неопределенного интеграла, т. е. замену переменной, интегрирование по частям и т. д. Однако есть ряд особенностей. При замене переменной по формуле (1) необходимо в соответствии с заменой менять пределы интегрирования:

$$\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dx, \qquad (6)$$

где $\alpha=\psi(a),\ \beta=\psi(b),\ t=\psi(x)$ — обратная к $x=\varphi(t)$ функция.

Формула интегрирования по частям (3) приобретает вид:

$$\int\limits_a^b UdV = UV\Big|_a^b - \int\limits_a^b VdU, \qquad (7)$$

Пример 4. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_1^3 \left(x^2-16x+3\right)dx$

Решение.

$$\int_1^3 \left(x^2-16x+3\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-16\cdot\frac{x^2}{2}+3x\right)\Bigg|_1^3=\left(\frac{x^3}{3}-8x^2+3x\right)\Bigg|_1^3=$$

$$=\left(\frac{3^3}{3}-8\cdot3^2+3\cdot3\right)-\left(\frac{1^3}{3}-8\cdot1^2+3\cdot1\right)=\left(\frac{27}{3}-72+9\right)-\left(\frac{1}{3}-8+3\right)=$$

$$=\left(9-63\right)-\left(\frac{1}{3}-5\right)=-54-\frac{1}{3}+5=-49-\frac{1}{3}=-49\frac{1}{3}$$

Содержание практического занятия

Задание 1. Вычислить интегралы.

1) $\int\left(\frac{7}{x^2+16}-\frac{x^4+5}{x^5}+3\sqrt{x}\right)dx$ $\qquad$ $\int\left(\frac{5}{5x^2+5}+7^x-\frac{\sin 2x}{\cos x}\right)dx$

2) $\int\left(\frac{5}{\sqrt{3+x^2}}-\frac{2x^2+10}{x}+4\sqrt[6]{x^5}\right)dx$ $\qquad$ $\int\left(\frac{2}{2x^2+2}+2^x-\frac{x^2-4}{x+2}\right)dx$

3) $\int\left(\frac{2+\sqrt{x}}{x}-\frac{2}{\sqrt{x^2+3}}+4e^x\right)dx$ $\qquad$ $\int\left(\frac{12}{3+3x^2}-3\cos x+\frac{x^2-9}{x-3}\right)dx$

4) $\int\left(\frac{8}{\sqrt{5+x^2}}+\frac{6+x^3}{x^4}-3\sqrt[8]{x^5}\right)dx$ $\qquad$ $\int\left(\frac{6}{2x^2+2}-2\sin x+3^x\right)dx$

5) $\int\left(\frac{2}{\sqrt{4-x^2}}+\frac{4x^2-1}{x^3}-2\sqrt[8]{x^3}\right)dx$ $\qquad$ $\int\left(\frac{6}{3x^2-9}+\frac{3\sin^3 x-5}{\sin^2 x}\right)dx$

6) $\int\left(\frac{3\cos^3 x-2}{\cos^2 x}-5\sqrt[5]{x^3}\right)dx$ $\qquad$ $\int\left(\frac{16}{2x^2-8}-\frac{3-x^3}{x^4}+5^x\right)dx$

Практическое занятие № 7

Тема: Применение определенного интеграла для вычисления площадей, длин и объемов фигур.

Цель: сформировать умение применять определенный интеграл для вычисления площадей, длин и объемов фигур.

Теоретические сведения к практическому занятию

Площади плоских фигур

1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовой системе координат

Если плоская фигура (рис. 1) ограничена линиями $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$, где $f_2(x) \geq f_1(x)$ для всех $x \in [a,b]$, и прямыми $x = a$, $x = b$, то ее площадь вычисляется по формуле:

$$S = \int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx. \tag{8}$$

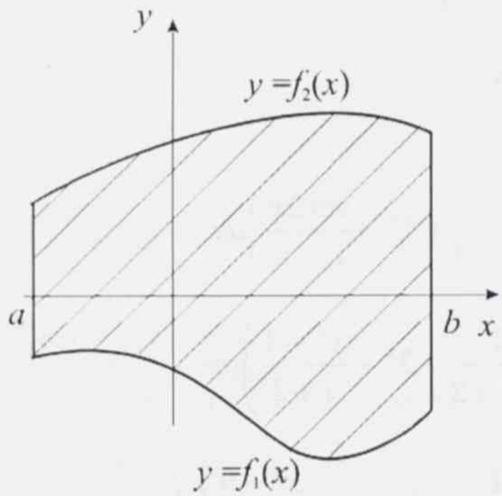


Рис. 1

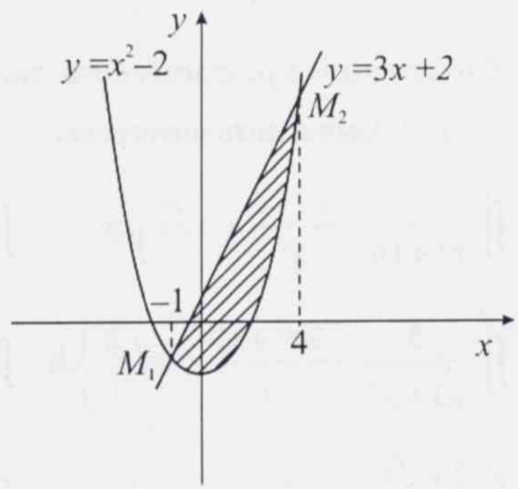


Рис. 2

Пример. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2 - 2$, $y = 3x + 2$.

Решение. Построим схематический рисунок (рис. 2). Для построения параболы возьмем несколько точек:

x	0	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4
y	–2	–1	–1	2	2	7	7	14	14

Для построения прямой достаточно двух точек, например $(0, 2)$ и $(-1, -1)$.

Найдем координаты точек M_1 и M_2 пересечения параболы $y = x^2 - 2$ и прямой $y = 3x + 2$.

Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = 3x + 2. \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2 = 3x + 2, \quad x^2 - 3x - 4 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 4.$$

Тогда $y_1 = 3 \cdot (-1) + 2 = -1$, $y_2 = 3 \cdot 4 + 2 = 14$. Итак, $M_1(-1,-1)$, $M_2(4,14)$.

Площадь полученной фигуры найдем по формуле (8), в которой $f_2(x)=3x+2,\ f_1(x)=x^2-2,$ поскольку $f_2(x)\ge f_1(x)$ для всех $x\in[-1,4]$. Получим:

$$S=\int_{-1}^{4}\left(3x+2-\left(x^2-2\right)\right)dx=\int_{-1}^{4}\left(3x-x^2+4\right)dx=\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+4x\right)\Bigg|_{-1}^{4}=$$

$$=\frac{3\cdot 4^2}{2}-\frac{4^3}{3}+4\cdot 4-\left(\frac{3\cdot(-1)^2}{2}-\frac{(-1)^3}{3}+4\cdot(-1)\right)=24-\frac{64}{3}+16-\frac{3}{2}-\frac{1}{3}+4=$$

$$=44-\frac{65}{3}-\frac{3}{2}=\frac{125}{6}=20\frac{5}{6}\ (\text{кв.ед.})$$

Длина дуги плоской кривой

Вычисление дуги плоской кривой в декартовых координатах

Если кривая задана уравнением $y=f(x)$, функция $f(x)$ имеет непрерывную первую производную при всех $x\in[a,b]$, то длина дуги $\overset{\smile}{AB}$ (рис. 4) этой кривой, заключенной между точками $A(a,f(a))$ и $B(b,f(b))$, вычисляется по формуле:

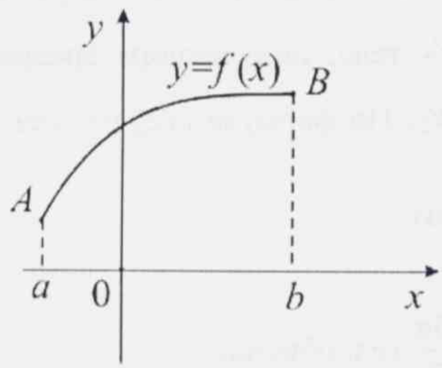


Рис. 4

$$l_{\overset{\smile}{AB}}=\int_a^b\sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\,dx. \qquad (10)$$

Вычисление объемов тел вращения

Если тело образовано вращением вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y=f(x)$, осью OX и прямыми $x=a$, $x=b$ (рис. 5), то его объем вычисляется по формуле:

$$V=\pi\int_a^b\left(f(x)\right)^2dx. \qquad (12)$$

Практическое занятие № 8
Тема: Решение задач на применение основного логарифмического тождества

Цель: повторить определение логарифма числа. Основное логарифмическое тождество. Показать применение логарифмов к решению логарифмических выражений.

Содержание практического занятия.

1. Дать определение логарифмического тождества
2. дать определение логарифма (показатель степени. ..)
3. Чему равен логарифм произведения двух чисел? Привести пример
4. Чему равен логарифм частного двух чисел? Привести пример

1. Назовите основное логарифмическое тождество. Вычислите:

а) $\log_2 \frac{2}{3} + \log_2 1,5$; б) $\log_2 4 - \log_2 0,5$; в) $\log_4 4^3$.

2. Найдите область определения функции: $y = \log_2 (x-6)$.

3. Сравните числа:

а) $\log_3 5$ и $\log_3 7$; б) $\log_{0,3} 5$ и $\log_{0,3} 7$.

4. Сравните с нулём числа:

а) $\log_3 5$; б) $\log_{0,3} 0,4$; в) $\log_7 0,1$; г) $\lg 0,64$.

5. Известно, что $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 =$ в. Выразите через а и в $\log_5 30$.

6. Найдите х, если $\log_4 x = \frac{1}{3} \log_4 216 - 2 \log_4 10 + 4 \log_4 3$.

Практическое занятие № 9
Тема: «Решение тригонометрических уравнений по таблицам Брадиса В.М.»

Цель: повторить определение тригонометрических функций,. применение их к решению тригонометрических уравнений, правила пользования тригонометрическими таблицами.

Содержание практического занятия.

Вариант 1

Решите уравнения по таблицам :

№1 а) sinx=0,2639, б) sinx=0,5707, в) sinx=0,8625, г) sinx=0,9951

№2 а) cosx=0,5563 , б) cosx=0,9157 , в) cosx=0,1788 , г) cosx=0,9963

№3 а)tqx=0,2199 , б) tqx=1,3663 , в) tqx=2,733 , г) tqx=2,225

№4 а) ctqx=3,312 , б) ctqx=1,1423 , в) ctqx=0,5844, г) ctqx=3,839

Вариант 2

Решите уравнения по таблицам:

№1 а) sinx=0,2317 , б) sinx=0,5707 , в) sinx=0,9494 , г) sinx=0,9966

№2 а) cosx=0,8471 , б)cosx=0,5505 , в) cosx=0,6414 , г) cosx=0,9385

№3 а) tqx=0,1691, б) tqx=1,4442 , в) tqx=3,115, г) tqx=2,267

№4 а) ctqx=2,125 , б) ctqx=1,3916 , в) ctqx= 0,1799 , г) ctqx=3,042.

Напишите отчет и сдайте преподавателю на проверку

Практическое занятие № 10
Тема: Логарифмические уравнения

Цель: повторить определение логарифма числа. Основное логарифмическое тождество. Показать применение логарифмов к решению логарифмических уравнений

Содержание практического занятия.

1. Дать определение логарифмического уравнения (уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма или в основании логарифма, называется логарифмическим.)

2. дать определение логарифма (показатель степени. ..)

3. Чему равен логарифм произведения двух чисел? Привести пример

4. Чему равен логарифм частного двух чисел? Привести пример

5. Назовите основное логарифмическое тождество.

1. $\log^{\frac{1}{2}} (x - 3) = -3$
2. $\log_4 5 + \log_4 (x-1) = 1$
3. $\ln(x + 1) + \ln(x - 1) = \ln 8$

4. $\lg^2 x - \lg x = 6$
5. $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$
6. $\log_{1-x}(3-x) = \log_{3-x}(1-x)$

Практическое занятие № 11

Тема: «Наибольшее и наименьшее значения функции»

Цель: сформировать умение находить производные функций, находить производные сложных функций, их применение.

Содержание практического занятия.

Вариант 1

1. Найти наибольшее и наименьшее значения следующих функций:

а) $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на $[-1; +1]$

б) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$ на $[2; 3]$

в) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 4$ на $[2; 3]$

2. Материальная точка движется по прямой согласно закону $s(t) = 12t^2 - \frac{2}{3}t^3$, где s (t) – путь в метрах, t- время в секундах. В какой момент времени из промежутка [4; 10] скорость движения будет наибольшей и чему она будет равна?

Вариант 2

1. Найти наибольшее и наименьшее значения следующих функций:

а) $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на $[0; +3]$

б) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$ на $[0; 2]$

в) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 4$ на $[-2; 2]$

2. Материальная точка движется по прямой согласно закону $s(t) = 12t^2 - \frac{2}{3}t^3$, где s (t) – путь в метрах, t- время в секундах. В какой момент времени из промежутка [2; 8] скорость движения будет наибольшей и чему она будет равна?

Практическое занятие №12

Тема: «Выполнение действий над векторами».

Цель: сформировать у студентов умение находить координаты вектора производить действия над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число), вычислять скалярное произведение; вычислять угол между векторами; находить проекцию вектора на ось.

Краткие теоретические сведения

Пусть в трехмерном пространстве заданы

векторы $\overline{a}\{x_1;y_1;z_1\},\overline{b}\{x_2;y_2;z_2\},\overline{c}\{x_3;y_3;z_3\}$ своими координатами.

1). ***Сложение*** двух векторов производится поэлементно, то есть если $\overline{c}=\overline{a}+\overline{b}$, то в координатной форме записывается:

$c\{x_3;y_3;z_3\}=\{x_1;y_1;z_1\}+\{x_2;y_2;z_2\}=\{x_1+x_2;y_1+y_2;z_1+z_2\}$

2) Умножение вектора на число.

В случае n-мерного пространства произведение вектора $a=\{a_1;a_2;\ldots;a_n\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$k\cdot a=\{k\cdot a_1;k\cdot a_2;\ldots;k\cdot a_n\}$

Пример 1. Найти произведение вектора $\boxed{a}=\{1;2\}$ на 3.

Решение: $3\cdot\boxed{a}=\{3\cdot1;3\cdot2\}=\{3;6\}$.

3). Координаты вектора.

Вектор AB заданный координатами точек $A(A_x;A_y;A_z)$ и $B(B_x;B_y;B_z)$ можно найти воспользовавшись следующей формулой

$AB=\{B_x-A_x;B_y-A_y;B_z-A_z\}$

Пример 2. Найти координаты вектора AB, если A(1; 4; 5), B(3; 1; 1).

Решение: AB = {3 - 1; 1 - 4; 1 - 5} = {2; -3; -4}.

4)Длина вектора.

Если даны две точки пространства $A(x_1;y_1;z_1)$ и $B(x_2;y_2;z_2)$, то **длину** отрезка AB можно вычислить по формуле $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

Пример 3

Даны точки $A(-3;5)$ и $B(1;-3)$. Найти длину отрезка AB.

Решение: по соответствующей формуле:

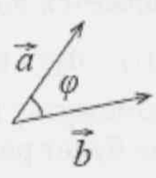
$$|AB|=\sqrt{(1-(-3))^2+(-3-5)^2}=\sqrt{4^2+(-8)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$$

Ответ: $|AB|=4\sqrt{5}$ ед. $\approx 8{,}94$ ед.

5. Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением векторов называется произведение длин векторов на косинус угла между ними.

$$\vec{a}\bullet\vec{b}=|\vec{a}|\bullet|\vec{b}|\bullet\cos\varphi$$



6. Из формулы для скалярного произведения можно найти **угол между векторами:**

$$\cos\varphi=\frac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}|\bullet|\vec{b}|}=\frac{x_a\bullet x_b+y_a\bullet y_b}{\sqrt{x_a^2+y_a^2}\bullet\sqrt{x_b^2+y_b^2}}$$

Пример 4. Найти угол между векторами a = {3; 4; 0} и b = {4; 4; 2}.

Решение: Найдем скалярное произведение векторов:

a·b = 3 · 4 + 4 · 4 + 0 · 2 = 12 + 16 + 0 = 28.
Найдем модули векторов:
|a| = √3² + 4² + 0² = √9 + 16 = √25 = 5
|b| = √4² + 4² + 2² = √16 + 16 + 4 = √36 = 6
Найдем угол между векторами:

$$\cos\alpha = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{28}{5 \cdot 6} = \frac{14}{15}$$

Содержание практического занятия

Вариант 1

№ п/п	Название операции	Формулы
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{1;-2;3\}$, $\vec{b}\{4;0;-1\}$ $\vec{a}+\vec{b}\{x_1+x_2\ ;\ y_1+y_2\ ;\ z_1+z_2\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;1;-3\}$, $\vec{b}\{0;-5;2\}$ $\vec{a}-\vec{b}\{x_1-x_2\ ;\ y_1-y_2\ ;\ z_1-z_2\}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-1;3;1\}$, δ – число $\delta=-3$ $\delta\vec{a}\{\delta\cdot x;\ \delta y;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А** $(1;2;-3)$. **Точка В (-3;4;-1) .Точка С- середина отрезка АВ. С**$(x_c\ y_c;z_c)$ $x_c=\frac{x_1+x_2}{2}\ y_c=\frac{y_1+y_2}{2};\ z_c=\frac{z_1+z_2}{2}$.
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А** $(5;0;-3)$. **ТочкаВ (-1;4;-7) Находим координаты вектора** $\overrightarrow{AB}$. **Из координат конца вычислить координаты начала вектора** $\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1\ ;y_2-y_1;\ z_2-z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{3,-2,0\}$ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-2;3;7\}$, $\vec{b}\{-9;0;2\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{2;0;1\}$, $\vec{b}\{-3;1;2\}$ $\cos\alpha=\frac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$
9	**При каких значениях** m **и** n **векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;3;1\}$, $\vec{b}\{1;n;2\}$ $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}=k$
10	**Проверьте**	$\vec{a}\{-4;0;1\}$, $\vec{b}\{2;7;8\}$

	перпендикулярность векторов	$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ **- условие перпендикулярности векторов**

Вариант 2

№ п/п	**Название операции**	**Формулы**
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{2;-3;4\}$, $\vec{b}\{-1;2;0\}$ $\vec{a}+\vec{b}\{x_1+x_2\ ;\ y_1+y_2\ ;\ z_1+z_2\ \}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;-5;7\}$, $\vec{b}\{3;-1;2\}$ $\vec{a}-\vec{b}\{x_1-x_2\ ;\ y_1-y_2\ ;\ z_1-z_2\ \}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-2;4;0\}$, δ – число $\delta=-4$ $\delta\vec{a}\{\delta\cdot x;\ \delta y\ ;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А** $(-3;1;2)$ **ТочкаВ (2;-3;1) Точка С- середина отрезка АВ. С(** x_c, y_c, z_c **)** $x_c=\frac{x_1+x_2}{2}$, $y_c=\frac{y_1+y_2}{2}$, $z_c=\frac{z_1+z_2}{2}$.
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А** $(6;-3;4)$. **ТочкаВ (1;-4;7) .** **Находим координаты вектора** $\overrightarrow{AB}$. **Из координат конца вычислить координаты начала вектора** $\overrightarrow{AB}\ \{x_2-x_1\ ;y_2-y_1,\ z_2-z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{0,2,-2\}$ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-3;2;9\}$, $\vec{b}\{-7;0;3\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{4;1;0\}$, $\vec{b}\{-5;3;1\}$ $\cos\alpha=\frac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$
9	**При каких значениях** m **и** n **векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;5;3\}$, $\vec{b}\{2;n;4\}$ $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}=k$
10	**Проверьте**	$\vec{a}\{0;-3;2\}$, $\vec{b}\{9;4;6\}$

	перпендикулярность векторов	$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - **условие перпендикулярности векторов**

Практическое занятие № 13.

Тема: «Решение практических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов призм».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов призм.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Решение практических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов призм».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу.

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Содержание практического занятия:

1 вариант

1. Длина, ширина, высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 3 см, 6 см, 7 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырёхугольной призмы, если площадь полной поверхности равна 40 см^2, а площадь боковой поверхности равна 8 см^2

3. Найдите объём прямого параллелепипеда, если его основание имеет стороны 4 см и 5 см, угол между ними 45°, а боковые рёбра равны 8 см.

4. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 4 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 30° . Найдите объём призмы.

5. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом в 60°. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.

6. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

7. Сколько кг краски потребуется для покраски (с учетом пола и потолка) помещения размерами 12 x 5 x 3 метра, если расход краски на 1 м^2 составляет 250 г?

2 вариант

1. Длина, ширина, высота прямоугольного параллелепипеда соответственно равны 1 см, 4 см, 5 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырёхугольной призмы, если площадь полной поверхности равна 52 см^2, а площадь боковой поверхности равна 44 см^2.

3. Найдите объём прямого параллелепипеда, если его основание имеет стороны 3 см и 4 см, угол между ними 30°, а боковые рёбра равны 6 см..

4. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45° с плоскостью основания.Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45° с плоскостью основания.

5. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и острым углом в 60°. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.

6. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 8 см. Меньший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

Практическое занятие № 14

Тема: «Вычисление площадей поверхностей и объемов пирамид и усеченных пирамид».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов пирамид и усеченных пирамид.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Пирамида. Усеченная пирамида»

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

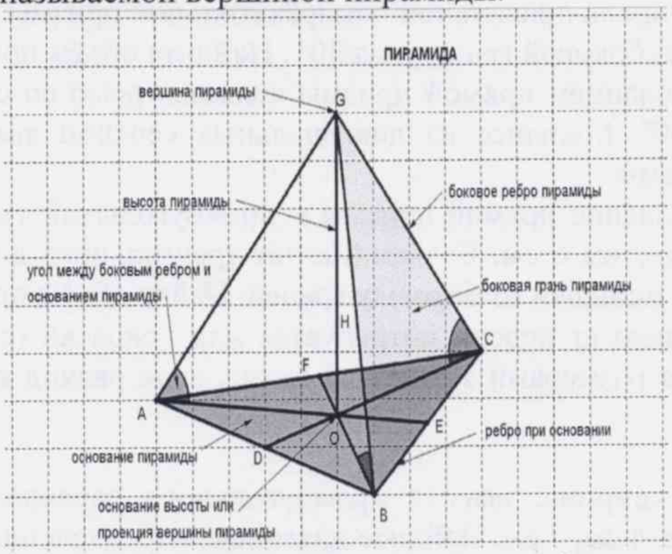
3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу.

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения

Пирамида — это многогранник, у которого одна грань — основание пирамиды — произвольный многоугольник, а остальные — боковые грани — треугольники с общей вершиной, называемой вершиной пирамиды.



Перпендикуляр опущенный из вершины пирамиды на ее основание, называется ***высотой пирамиды****. Пирамида называется треугольной, четырехугольной, и т.д., если основанием пирамиды является треугольник, четырехугольник и т.д. Треугольная пирамида есть четырехгранник — тетраэдр. Четырехугольная — пятигранник и т.д*

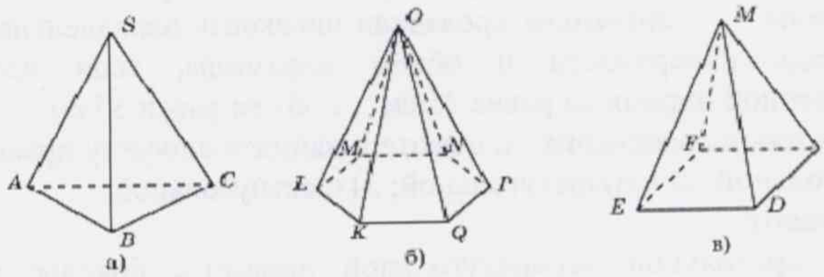


Рис. 65

Если основание пирамиды — правильный многоугольник, а высота опускается в центр основания, то — **пирамида правильная**. В правильной пирамиде все боковые ребра равны, все боковые грани равные равнобедренные треугольники. Высота треугольника боковой грани правильной пирамиды называется — ***апофема правильной пирамиды***.

Сечение параллельное основанию пирамиды делит пирамиду на две части. Часть пирамиды между ее основанием и этим сечением — это **усеченная пирамида**. Это сечение для усеченной пирамиды является одним из её оснований. Расстояние между основаниями усеченной пирамиды называется высотой усеченной пирамиды. Усеченная пирамида называется правильной, если пирамида, из которой она была получена, была правильной. Все боковые грани правильной усеченной пирамиды — это равные равнобокие трапеции. Высота трапеции боковой грани правильной усеченной пирамиды называется — **апофема** правильной усеченной пирамиды

Контрольные вопросы.

1. Что такое пирамида (основание пирамиды, боковые грани, рёбра, высота)?
2. Что представляет собой сечения пирамиды плоскостями, проходящим через её вершину?
3. Что такое диагональное сечение пирамиды?
4. Объясните, что такое усечённая пирамида?
5. Какая пирамида называется правильной?
6. Что такое апофема правильной пирамиды?
7. Чему равна боковая поверхность правильной пирамиды?
8. Как найти объем пирамиды?
9. Как найти объем усеченной пирамиды?
10. Какое применение нашли пирамиды в строительстве

Содержание практического занятия

1 вариант

1. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 4 см, а сторона основания равна 6 см. Найдите объём пирамиды.

2.В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а высота – 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

3.Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60º. Найти объём пирамиды.

4. Дана четырёхугольная пирамида, высота которой 6 см. На расстоянии 4 см от вершины пирамиды проведена плоскость параллельная основанию. Найти площадь поверхности и объём пирамиды, если площадь поверхности полученной пирамиды равна 25 $см^2$, а объём равен 53 $см^3$.

5.По стороне основания и высоте h найдите апофему правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной

2 вариант

1. В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45°. Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найти объём пирамиды.

2.В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10 дм, а высота равна 8 дм. Найдите объём пирамиды.

3.В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а высота – 4 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

4.По стороне основания и высоте h найдите боковое ребро правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.

5.Сколько литров воды вмещает яма, вырытая в виде усечённой пирамиды, если высота ямы 1,5м, сторона нижнего основания 0,8м, верхнего – 1,2м?

Практическое занятие №15.

Тема: «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров».

Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу по решению задач на вычисление площадей поверхности и объемов цилиндров.

5. Сдать отчет по проделанной работе.

Краткие теоретические сведения.

Цилиндр — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон как оси.

Вариант 1

1.Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

1)30 2)100 3)120 4) 5

2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

1)128 2) 35960 3) 36 4) 46788

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

1)10 2) 60 3) 20 4) 30

4. Вычислить: 6! -5!

1)600 2)300 3)1 4) 1000

5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

1)$\frac{17}{45}$ 2)$\frac{17}{43}$ 3) $\frac{43}{45}$ 4) $\frac{17}{45}$

6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?

1) $\frac{3}{2}$ 2) 0,5 3) 0,125 4) $\frac{1}{3}$

7. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?

1) 0,02 2) 0,00012 3) 0,0008 4) 0,002

8 . Из 30 учеников спортκласса, 11 занимается футболом, 6 – волейболом, 8 – бегом, а остальные прыжками в длину. Какова вероятность того, что один произвольно выбранный ученик класса занимается игровым видом спорта?

1)$\frac{17}{30}$ 2) 0,5 3)$\frac{28}{30}$ 4) $\frac{14}{30}$

9. Завод выпускает 15% продукции высшего сорта, 25% - первого сорта, 40% - второго сорта, а все остальное – брак. Найти вероятность того, что выбранное изделие не будет бракованным.

1) 0,8 2)0,1 3) 0,015 4) 0,35

10.В коробке лежат 4 голубых, 3 красных, 9 зеленых, 6 желтых шариков. Какова вероятность того, что выбранный шарик будет не зеленым?

1)$\frac{13}{22}$ 2)0,5 3)$\frac{10}{22}$ 4) $\frac{15}{22}$

Вариант 2.

1.Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

1)100 2)30 3) 5 4) 120

2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 3 2)6 3)2 4)1

3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

1) 10000 2)60480 3)56 4) 39450

4. Вычислите: $\frac{8!}{6!}$

1) 2 2)56 3)30 4) $\frac{4}{3}$

5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта – туз?

1) $\frac{1}{36}$ 2) $\frac{1}{35}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{36}{4}$

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

1) 0,25 2) $\frac{2}{6}$ 3) 0,5 4) 0,125

7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?

1) 0,5 2)0,4 3)0,04 4) 0,8

8. Николай и Леонид выполняют контрольную работу. Вероятность ошибки при вычислениях у Николая составляет 70%, а у Леонида – 30%. Найдите вероятность того, что Леонид допустит ошибку, а Николай нет.

1) 0,21 2)0,49 3)0,5 4) 0,09

9. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

1) $\frac{1}{50}$ 2) 0,2 3) $\frac{49}{50}$ 4) 0,5

10. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

1) $\frac{1}{50}$ 2) 0,2 3) $\frac{49}{50}$ 4) 0,5

Практическое занятие № 19

Тема: «Вычисление вероятностей случайных событий»

Цель работы: формировать умения вычислять вероятности события; вероятности случайных событий по классическому определению; применять теоремы сложения и умножения вероятностей для решения задач.

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретические сведения.
2. Рассмотреть образцы решения примеров.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить самостоятельно задания.
5. Подготовить отчет.

Краткие теоретические сведения:

Размещения: Комбинации из **n**элементов по **m** элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются ***размещениями.***

5.Шар, радиус которого 5 см, пересечен плоскостью на расстоянии 4 см от центра. Найти площадь сечения

- 9π см^2;
- π см^2;
- 3π см^2;
- 81π см^2;

6. Через середину радиуса шара проведена плоскость перпендикулярная к радиусу. Какая часть площади большого круга составляет площадь круга, полученного в сечении?

- ¾ большого круга;
- ½ большого круга;
- 1/4 большого круга;
- 1/8 большого круга;

7.Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объём шара равен 288π, а площадь сечения равна 27π.

- 3
- $2\sqrt{3}$;
- 6;
- $3\sqrt{2}$.

8.Объем параллелепипеда, описанного около сферы равен 216. Найти радиус сферы.

- 3;
- 6;
- 9;
- 1.

9.Ребро куба равно 1. Найдите площадь большого круга, описанного около куба шара

- 3π;
- $4\pi/3$;
- $\pi\sqrt{3}$;
- $4\pi\sqrt{3}$

10. Сколько общих точек может иметь сфера и плоскость:

- бесконечно много точек, принадлежащих окружности;
- одну;
- ни одной;
- 2 точки, принадлежащие окружности

Практическое занятие № 18

Тема: «Решение задач на элементы комбинаторики»

Цель: формирование умений решать задачи на размещения, сочетания и перестановки.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме.

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу.

2 вариант.

1. Найдите объём конуса, если его образующая равна 12 см, а угол при вершине равен 120°

.

2. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника вокруг меньшего катета, если другой катет равен 6 см и противолежащий ему угол равен 60°.

3. Площадь полной поверхности конуса равна 136π см^2, площадь его боковой поверхности равна $100\ \pi$ см^2. Найдите радиус основания конуса.

4. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?

5 . Найдите объем V конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 30°. В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.

6. Объем конуса равен 24. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

Практическое занятие № 17

Тема: «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов шара».

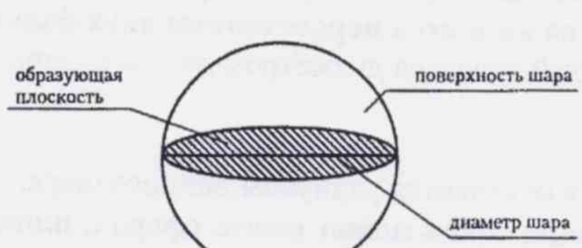
Цель занятия: сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов шара.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Шар.Сфера».
2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить тест.
5. Подготовить отчет по работе.

Краткие теоретические сведения

Определение. ***Шар*** — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением полукруга вокруг его диаметра как оси.



Площадь поверхности шара равна учетверенной площади большого круга шара.

$S = 4\pi R^2$,

где R — радиус шара.

Объем шара равен четырем третям произведения числа Пи на куб радиуса.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

Задача1.Площадь сечения сферы, проходящего через её центр, равна $9м^2$. Найдите площадь сферы.

Решение: Сечение, проходящее через центр сферы есть окружность.

$S_{сеч} = \pi r^2$, отсюда $9 = \pi R^2$, отсюда $R = \sqrt{9/\pi}$.

$S_{сферы} = 4\pi r^2$, значит $S_{сферы} = 4\pi \cdot 9/\pi = = 36м^2$

Контрольные вопросы.

1. Что такое шар, шаровая поверхность или сфера?
2. Что такое радиус шара, диаметр шара? Какие точки шара называются диаметрально противоположными?
3. Чем является линия пересечения шара с плоскостью?
4. Какая плоскость называется диаметральной плоскостью шара? Что такое большой круг?
5. По какой формуле вычисляется площадь сферы?
6. Какая плоскость называется касательной к шару?
7. Чем является линия пересечения двух сфер?

Содержание практического занятия

Выполните тест по теме «Сфера и шар»

1. **Выберите неверное утверждение.**
- сечение шара плоскостью есть окружность;
- сфера может быть получена в результате вращения полуокружности вокруг её диаметра;
- тело, ограниченное сферой, называется шаром;
- площадь сферы можно вычислить по формуле $S = 4\pi r^2$;

2. **Какое сечение шара плоскостью имеет наибольшую площадь?**
- сечение большого круга;
- сечение, перпендикулярное диаметру шара;
- сечение, параллельное диаметру шара;
- сечение, проходящее через точку, которая делит диаметр 3:2.

3. **Какая фигура является пересечением двух больших кругов шара?**
- отрезок, который является диаметром данного шара;
- окружность;
- угол;
- отрезок, который является радиусом данного шара.

4. **Сколько общих точек может иметь сфера и плоскость:**
- бесконечно много точек, принадлежащих окружности;
- одну;
- ни одной;
- 2 точки, принадлежащие окружности

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал по теме «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов конусов и усеченных конусов».

2.Рассмотреть примеры решения типовых заданий.

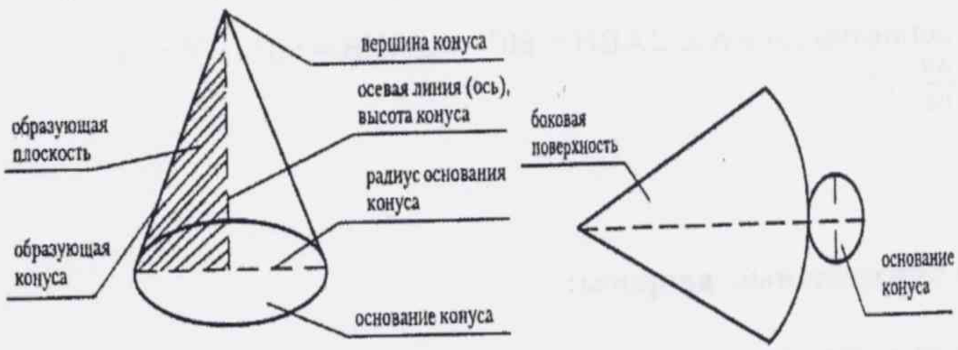
3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Выполнить самостоятельную работу.

5. Сдать отчет по проделанной работе

Краткие теоретические сведения:

Определение. ***Конус*** (прямой) — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси



Площадь полной поверхности: $\boldsymbol{S}_{\text{полн.пов.конуса}} = \boldsymbol{\pi R^2 + \pi RL}$

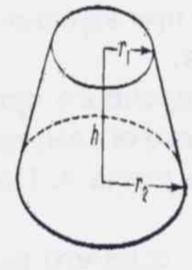
Площадь боковой поверхности:

$$\mathbf{S}\ \text{бок. пов.} = \boldsymbol{\pi RL}$$

Объем конуса:

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H,}$$

Усеченный конус



$$\mathbf{S_{бок} = \pi L(R + r)}$$

$$\mathbf{S_{полн} = S_{бок} + \pi(R^2 + r^2)}$$

$$\mathbf{V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)}$$

Образцы решения задач.

Задача1. Высота конуса равна 36, а диаметр основания равен 30. Найдите длину образующей конуса?

Решение

АВ - радиус основания конуса

$AB = \frac{30}{2} = 15$

Образующая HB является гипотенузой прямоугольного треугольника ΔAHB Известны высота AH = 36 и AB = 15, по теореме Пифагора найдем HB

$HB^2 = AH^2 + AB^2$

$HB^2 = 36^2 + 15^2$

$HB = \sqrt{1296 + 225}$

Ответ: 39.

Задача 2. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите радиус основания, если длина образующей равна 15.

Решение

AB - радиус основания конуса, $\angle ABH = 60^o \rightarrow \angle AHB = 90^o - 60^o = 30^o$

$\sin(\angle AHB) = \frac{AB}{HB} = 12$

HB = 15

$AB = \frac{HB}{2} = 7.5$

Ответ: 7.5

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей через ось конуса?
2. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса?
3. Осевое сечение конуса представляет собой равносторонний треугольник со стороной *a*. Чему равна высота конуса?
4. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей перпендикулярно оси конуса?
5. Чему равна площадь осевого сечения конуса, если осевым сечением конуса является прямоугольный треугольник, а радиус основания конуса *3 см*?
6. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, параллельной двум образующим конуса?

Содержание практического занятия

1 вариант

1.Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90°. Вычислите объем конуса, деленный на π.

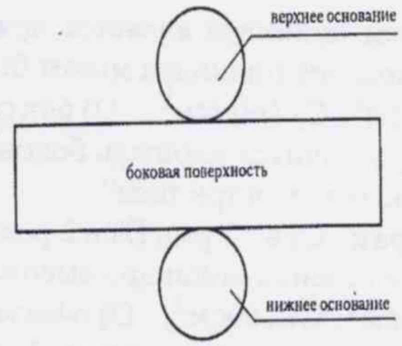
2. Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника ABC вокруг катета, равного 6. Найдите его объем, деленный на π.

3. Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π.

4. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?

5. Площадь полной поверхности конуса равна 164 π см^2, площадь его боковой поверхности равна 100 π см^2. Найдите радиус основания конуса.

6. Сколько стоит покраска конического шпиля башни, если длина окружности его основания равна 18,84*м*, а угол между образующими в осевом сечении составляют 60^0 Покраска 1*м*^{2} стоит 150 руб.



Развертка цилиндра приведена схематически

Площадь боковой поверхности цилиндра: $S_{бок.} = C \cdot H = 2\pi RH,$

где C — длина окружности, H — высота цилиндра, R — радиус окружности основания.

Площадь полной поверхности: $S_{полн.пов.цилиндра} = 2\pi R^2 + 2\pi RH$

Объем цилиндра : $V = S_{осн.} \cdot H = \pi R^2 H,$

Критерий оценки:

Оценка	Критерии
«Отлично» - 5	9 -10 баллов
«Хорошо» - 4	7 -8 баллов
«Удовлетворительно» - 3	5 -6 баллов
«Неудовлетворительно» - 2	0 -5 баллов

Содержание практического занятия

1 вариант

1. Найти площадь основания цилиндра, радиус которого равен 5 см

A) $25\pi см^2$; B) $5\pi см^2$; C) $10\pi см^2$; D) $10 см^2$ E) $40\pi см^2$

2. Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $10\pi см^2$; B) $20\pi см^2$; C) $4\pi см^2$; D) $20\pi см^2$; E) $40\pi см^2$

3. В цилиндре осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна $4\pi см^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

A) $108\pi см^2$; B) $4\pi см^2$; C) $144\pi см^2$; D) $24\pi см^2$; E) $12\pi см^2$

4. Радиус основания цилиндра в два раза меньше образующей, равной 4а, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $8a^2\pi$; B) $24a^2\pi$; C) $4a^2\pi$; D) $12a^2\pi$; E) $16a^2\pi$

5. Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его большей стороны, равна:

A) $88\pi см^2$; B) $77\pi см^2$; C) $90\pi см^2$; D) $56\pi см^2$; E) $154\pi см^2$

6. Если площадь боковой поверхности цилиндра равна $64\pi м^2$, а высота – 4 м, тогда радиус равен:

A) 12 м; B) 16 м; C) 8 м; D) 4 м; E) 32 м

7. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 10 и 16 см, то площадь основания цилиндра может быть равна:

A) $10\pi см^2$; B) $25\pi см^2$; C) $160\pi см^2$; D) $64\pi см^3$; E) $40\pi см^2$

8. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту и радиус увеличить в три раза?

A) в 3 раза; B) в 6 раз; C) в 12 раз; D) в 2 раза; E) в 9 раз

9. Площадь осевого сечения цилиндра высотой 10 см и радиусом 2 см равна

A) $10\pi см^2$; B) $25\pi см^2$; C) $160 см^2$; D) $64\pi см^2$;E) $40 см^2$

10. Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, тогда объем цилиндра равен:

A) $10\pi см^3$; B) $20\pi см^3$; C) $4\pi см^2$; D) $20\pi см^2$; E) $40\pi см^3$

Вариант - 2

1. Найти площадь основания цилиндра, радиус которого равен 3 см

A) $25\pi\pi см^2$; B) 9π $см^2$; C) $10\pi см^2$; D) $10\pi см^2$ E) $36\pi см^2$

2. Радиус основания цилиндра равен 8 см, высота – 3 см, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $66\pi см^2$ B)$48\pi см^2$ C) $64\pi см^2$ D) $24\pi см^2$ E) $110\pi см^2$

3. В цилиндре осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна$25\pi см^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

A) $10\pi см^2$ B) $25\pi см^2$ C) $150\pi см^2$ D) $20\pi см^2$ E) 75 $\pi см^2$

4. Радиус основания цилиндра в два раза больше образующей, равной 3m, тогда площадь боковой поверхности равна:

A) $12m^2\pi$ B) $36m^2\pi$ C) $108m$ $^2\pi$D) 9 m $^2\pi$ E) $6m^2\pi$

5. Площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его меньшей стороны, равна:

A) $22\pi см^2$ B) 88 $\pi см^2$ C) $154\pi см^2$ D) $144\pi см^2$ E) $26\pi см^2$

6. Если площадь боковой поверхности цилиндра равна 64π $м^2$, а высота – 8 м, тогда радиус равен:

A) 12 м B) 16 м C) 8 м D) 4 м E) 32 м

7. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 12 и 8 см, то площадь основания цилиндра может быть равна:

A) $16\pi см^3$ B) $36\pi см^2$ C) $144\pi см^2$ D) 64 $см^2$ E) 96 $см^2$

8. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если его высоту и радиус увеличить в 2 раза?

A) в 2 раза; B) в 6 раз; C) в 4 раза; D) в 8 раз; E) в 9 раз

9. Площадь осевого сечения цилиндра высотой 12 см и радиусом 5 см равна

A) $120\pi см^2$; B) $25\pi см^2$; C) $120\pi см^2$; D) $64\pi см^2$; E) 40 $см^2\pi$ания цилиндра равен 3 см, высота – 4 см, тогда объем цилиндра равен:

A) 36 $см^3$; B) $20\pi см^3$; C) $4\pi см^3$; D) $20\pi см^3$; E) $36\pi см^3$

Практическое занятие №16

Тема: «Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов конусов и усеченных конусов».

Цель занятия сформировать умение решать задачи на вычисление площадей поверхности и объемов конусов.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания: Комбинации из **n** элементов по **m**элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, называются **сочетаниями**

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

Перестановки: Комбинации из **n** элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются ***перестановками.***

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!$

Большинство комбинаторных задач решается с помощью двух **основных правил** - правила суммы и правила произведения.

Правило суммы. Если некоторый объект **A** можно выбрать **n** способами, а другой объект **B** можно выбрать **m** способами, то выбор "**либо A, либо B**" можно осуществить m+nспособами.

Правило произведения. Если объект **A** можно выбрать **n** способами, а после каждого такого выбора другой объект **B** можно выбрать (независимо от выбора объекта Amспособами, то пары объектов **A и B** можно n · ***m***способами.

Вероятностью события А называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события A_1 к числу n всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е. $P(A) = \frac{m}{n}$

Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы, т.е. $0 \leq P(A) \leq 1$

Невозможному событию соответствует вероятность P(A)=0, а достоверному – вероятность P(A)=1

Содержание практического занятия

1 вариант

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
2. Даша дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 2 очка.
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что три раза выпадет решка.
4. В среднем из 50 аккумуляторов, поступивших в продажу, 5 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.
5. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?
6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Чехии, 13 спортсменов из Австрии и 6 — из Швейцарии. Порядок, в котором выступают

спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швейцарии.

7. Конкурс исполнителей длится 4 дня. Всего заявлено 40 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 25 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса.

8. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

9. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр равна 8?

2 вариант

1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

2. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

3. Катя дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 5 очков.

4. В среднем из 150 аккумуляторов, поступивших в продажу, 9 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

5. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 участника из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России

6. На соревнования по метанию ядра приехали 2 спортсмена из Швейцарии, 6 из Великобритании и 2 из Чехии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает девятым, будет из Чехии.

7. Конкурс исполнителей длится 4 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса.

8. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России

9. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр меньше 4?

Заключение.

В данном пособии описаны практические занятия обучающихся при изучении учебной дисциплины ОДБ. 04 Математика. В описании практических занятий указан алгоритм их проведения и источники получения информации.

Пособие содержит список основной и справочной литературы, необходимой при выполнении практических занятий обучающимися.

В дальнейшем, пособие может перерабатываться при изменении ФГОС и требований к содержанию и оформлению методических разработок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алгебра и начала анализа 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень/ А.Н. Колмогоров М.: Просвещение, 2014 г.
2. Дадаян А.А. Математика: Учебник 2-е изд.- М: Форум-Инфра-М.,2006.- 552 с
3. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение,2004.-256 с

Дополнительная литература:

4. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с
5. Лисичкин В.Т., И.Л. Соловейчик Математика. - Учебное пособие для техникумов.- М.: Высшая школа, 2013 г.-480 с
6. . В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова Математика: учебное пособие/.- изд.7-е, стер. – Ростов н/Д : Феникс, 2013—380 с- (Среднее профессиональное образование)-Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту(третьего поколения)
7. Лаппо Л.Д., Попов М.А. ЕГЭ 2011. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ. – М.: Экзамен, 2011.
8. Никольский С.М., Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. – М.: Просвещение, 2011г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алгебра и начала анализа 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень/ А.Н. Колмогоров М.: Просвещение, 2014 г.
2. Дадаян А.А. Математика: Учебник 2-е изд.- М: Форум-Инфра-М.,2006.- 552 с
3. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 классы. М.: Просвещение,2004.-256 с

Дополнительная литература:

4. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.-3-е изд.М.: Высшая школа ,2011 г.- 568 с
5. Лисичкин В.Т., И.Л. Соловейчик Математика. - Учебное пособие для техникумов.- М.: Высшая школа, 2013 г.-480 с
6. . В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова Математика: учебное пособие/.- изд.7-е, стер. – Ростов н/Д : Феникс, 2013—380 с- (Среднее профессиональное образование)-Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту(третьего поколения)
7. Лаппо Л.Д., Попов М.А. ЕГЭ 2011. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ. – М.: Экзамен, 2011.
8. Никольский С.М., Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. – М.: Просвещение, 2011г.