

ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«БАРЫШСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
ТЕХНИКУМ»

Рассмотрено
на заседании ЦМК
Протокол № 11
«31» 08 2018 г.
Председатель
Рожкова Н. В. /Рожкова Н. В./

Согласовано
И. О. зам. директора по УР
Шаталова О. В.
«31» 08 2018 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля
и промежуточной аттестации
по учебной дисциплине
ОДБ. 04. Математика
по профессии 43.01.09 Повар, кондитер

Разработал: преподаватель Родионова Людмила Викторовна

г. Барыш

2018 г.

Содержание	с.
1. Паспорт комплекта контрольно – оценочных средств.	4
2. Формы контроля и оценки результатов освоения	
а) Вопросы для опроса по темам	9
б) Тесты	17
в) Контрольные работы	49
г) Задачи для устного и письменного опроса	65
д) Варианты экзаменационной работы	85

1. Паспорт комплекта контрольно – оценочных средств по учебной дисциплине ОДБ. 04. Математика по профессии 43.01.09 Повар, кондитер

Результаты обучения	ОК	Наименование темы	Наименование	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
<p>– сформированность представлений о роли и месте математики в современном мире; её роли в жизни людей, понимание понятий чисел, действий с числами;</p> <p>– сформированность всех геометрических понятий, роль геометрии в жизни людей, в обществе, закономерностями, законами и теориями; уверенное использование терминологии и символики;</p> <p>– сформированность владения основными методами научного познания, используемыми в математике: наблюдением, описанием, высказыванием гипотез, доказательством теорем, измерением, экспериментом;</p> <p>- сформированность представлений о геометрии как науке, понятие всех</p>	<p>ОК 2 – ОК 6</p>	<p>Повторение за курс основной школы</p>	<p>Фронтальный опрос, тесты, контрольная работа №1, задачи для устного и письменного опроса, практическая работа №1, практическая работа №2.</p>	<p>Промежуточная аттестация</p>
	<p>ОК 2 – ОК 6</p>	<p>Прямые и плоскости в пространстве</p>	<p>Вопросы для опроса, тесты, контрольная</p>	

<p>геометрических тел;</p> <ul style="list-style-type: none"> - сформированность определений и понятий темы; —сформированность характеристики геометрических тел и основных фигур в разделе; — сформированность понятий тригонометрии, основных тригонометрических функций, решение тригонометрических уравнений и неравенств; — сформированность объяснения возникновения данных функций и построение их графиков. — сформированность описания 	<p>ОК 2 – ОК 6</p>	<p>Тригонометрические функции</p>	<p>Вопросы для опроса, тесты, контрольные работы №7, № 8, № 9, задачи для устного и письменного опроса, письменная работа № 4</p>	<p>работа №5, задачи для устного и письменного опроса, практическая работа №3</p>
<p>способов построения этих функций;</p> <ul style="list-style-type: none"> -сформированность понятий многогранника, их видов и свойств правильных многогранников, их свойств, формул для вычисления площадей и объёмов; - сформированность характеристики каждого многогранника, объяснения их сходства и различия; -сформированность понятий тел вращения их видов и свойств, 	<p>ОК 2 – ОК 6 ОК 2 – ОК 6</p>	<p>Многогранники. Площадь и объём многогранников. Тела вращения</p>	<p>Вопросы для опроса, тесты, контрольная работа №6, задачи для устного и письменного опроса, лабораторная работа №3. Вопросы для опроса, тесты, контрольная</p>	

<p>формулы для вычисления площадей и объёмов</p> <ul style="list-style-type: none"> -сформированность характеристики каждого многогранника и тела вращения , объяснения причин их сходства и различия. - сформированность понятия производной, её геометрического и механического смысла; применения производной в других науках - сформированность описания правил нахождения производных, их свойств, различных применений. 	<p>ОК 2 – ОК6</p>	<p>Производная и её применение</p>	<p>Вопросы для опроса, тесты, контрольные работы №12, задачи для устного и письменного опроса, лабораторная работа №5</p>	<p>работа №11, задачи для устного и письменного опроса, лабораторная работа №2, №4</p>
<ul style="list-style-type: none"> - сформированность понятий: первообразной, интеграла; - сформированность понятия криволинейной трапеции, способы нахождения площади криволинейной трапеции 	<p>ОК 2 – ОК6</p>	<p>Первообразная и её применение</p>	<p>Вопросы для опроса, тесты, контрольные работы №2, задачи для устного и письменного опроса</p>	
<ul style="list-style-type: none"> - сформированность понятий степени, логарифма, показательных, 	<p>ОК 2 – ОК6</p>	<p>Показательная и логарифмическая</p>	<p>Вопросы для опроса, тесты, контрольные</p>	

<p>логарифмических и иррациональных уравнений и неравенств, правила вычисления их, способов их решения, производных и первообразных этих функций</p> <p>- сформированность описания способов построения графиков этих функций;</p>		<p>функции</p>	<p>работы №3, №4, №10, задачи для устного и письменного опроса</p>	
<p>-сформированность понятий вектора, основных свойств, решение заданий на построение вектора суммы, разности и произведения вектора на число</p> <p>— сформированность описания способов построения и нахождения координат векторов;</p>	<p>ОК 2 – ОК6</p>	<p>Векторы . Метод координат в пространстве</p>	<p>Вопросы для опроса, тесты, контрольные работы №1, №2, задачи для устного и письменного опроса, практическая работа №7, практическая работа №1 (2 курс)</p>	<p>Письменная экзаменационная работа</p>

Паспорт комплекта контрольно - оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ОДБ. 04. Математика

ФОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

ФОС разработан на основании следующих нормативных документов:

Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования;

Рабочей программы учебной дисциплины ОДБ. 04. Математика по профессии 43.01.09 Повар, кондитер.

В результате освоения учебной дисциплины ОДБ. 04. Математика студент должен выполнить следующие задания.

Формы контроля и оценки результатов освоения

Вопросы для фронтального опроса по темам.

ГЕОМЕТРИЯ

Вопросы по теме «Начальные геометрические сведения»

1. Что изучает планиметрия?
2. Назовите основные фигуры планиметрии
3. Определение: отрезок
4. Свойство основных фигур планиметрии (про две точки и прямую)
5. Свойство основных фигур планиметрии (про две прямые)
6. Определение: луч
7. Определение: угол
8. Определение: развернутый угол
9. Определение: прямой угол
10. Определение: равные фигуры
11. Определение: середина отрезка
12. Определение: биссектриса угла
13. Свойства измерения отрезков (про равные отрезки; про меньший отрезок; про отрезок, разделенный точкой на два отрезка)
14. Свойства измерения углов (про равные углы; про меньший угол; про угол, разделенный лучом на два угла)
15. Определение: градус
16. Определение: вертикальные углы
17. Свойство вертикальных углов
18. Определение: смежные углы
19. Свойство смежных углов
20. Определение: перпендикулярные прямые
21. Свойство перпендикулярных прямых

Вопросы по теме «Треугольники»

1. Определение: треугольник
2. Свойство равных треугольников (о равенстве элементов)
3. Свойство равных треугольников (о взаимном расположении равных элементов)
4. Определение: виды треугольников
5. Первый признак равенства треугольников
6. Определение: перпендикулярные прямые
7. Определение: медиана треугольника
8. Свойства медиан треугольника
9. Определение: биссектриса треугольника
10. Свойства биссектрис треугольника
11. Определение: высота треугольника
12. Свойства высот треугольника
13. Определение: равнобедренный треугольник
14. Свойство равнобедренного треугольника (про углы)
15. Свойство равнобедренного треугольника (про высоту)
16. Определение: равносторонний треугольник
17. Свойство равностороннего треугольника (про углы)
18. Свойство равностороннего треугольника (про высоту)
19. Второй признак равенства треугольников
20. Третий признак равенства треугольников
21. Определение: окружность
22. Определение: радиус окружности
23. Определение: хорда окружности
24. Определение: диаметр окружности
25. Свойство окружности (через диаметр и радиус)
26. Определение: дуга окружности
27. Определение: круг

Вопросы по теме «Параллельные прямые»

1. Определение: Параллельные прямые
2. Свойство параллельных прямых (про три прямые)
3. Определение: Параллельные отрезки
4. Признак параллельности прямых (через накрест лежащие углы)
5. Признак параллельности прямых (через соответственные углы)
6. Признак параллельности прямых (через односторонние углы)
7. Определение: Аксиома
8. Аксиома параллельных прямых
9. Следствие из аксиомы параллельных прямых (о прямой, пересекающей одну из параллельных прямых)

10. Следствие из аксиомы параллельных прямых (о двух прямых, параллельных третьей)
11. Определение: Теорема, обратная данной
12. Свойство параллельных прямых (через накрест лежащие углы)
13. Свойство параллельных прямых (через соответственные углы)
14. Свойство параллельных прямых (через односторонние углы)

Вопросы по теме «Соотношение между сторонами и углами треугольника»

1. Теорема о сумме углов треугольника
2. Определение: Внешний угол
3. Свойство внешнего угла
4. Виды треугольников (описать)
5. Элементы прямоугольного треугольника
6. Свойство элементов треугольника (зависимость между величиной сторон и углов)
7. Признак равнобедренного треугольника
8. Неравенство треугольника
9. Свойство прямоугольного треугольника (про острые углы)
10. Свойство прямоугольного треугольника (про катет и угол в 30°)
11. Свойство прямоугольного треугольника (про катет равный половине гипотенузы)
12. Свойство прямоугольного треугольника (про медиану из вершины прямого угла)
13. Признак равенства прямоугольных треугольников (через катеты)
14. Признак равенства прямоугольных треугольников (через катет и острый угол)
15. Признак равенства прямоугольных треугольников (через гипотенузу и острый угол)
16. Признак равенства прямоугольных треугольников (через гипотенузу и катет)
17. Признак прямоугольного треугольника (через медиану)
18. Свойство перпендикуляра, проведенного из точки к прямой
19. Определение: Расстояние от точки до прямой
20. Определение: Расстояние между параллельными прямыми

1. Радианная мера угла. Определение.
2. Связь радианной меры угла с градусной, градусной меры угла с радианной.
3. Формулы длины дуги и площади кругового сектора, если угол задан радианной мерой.
4. Определение косинуса. Обозначение. Знаки.
5. Определение синуса. Обозначение. Знаки.
6. Определение тангенса. Обозначение. Знаки.
7. Определение котангенса. Обозначение. Знаки.
8. Синус углов α и $-\alpha$. Вывод формулы.
9. Косинус углов α и $-\alpha$. Вывод формулы.
10. Тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$. Вывод формулы.
11. Формулы приведения: $\cos(\alpha + 2\pi k)$ и $\sin(\alpha + 2\pi k)$. Объяснение.
12. Формулы приведения: вывод $\cos(\pi + \alpha)$ и $\sin(\pi + \alpha)$.
13. Формулы приведения: вывод $\cos(\pi - \alpha)$ и $\sin(\pi - \alpha)$.
14. Формулы приведения: вывод $\operatorname{tg}(\pi + \alpha)$ и $\operatorname{ctg}(\pi + \alpha)$, $\operatorname{tg}(\pi - \alpha)$ и $\operatorname{ctg}(\pi - \alpha)$.
15. Формулы приведения: вывод $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$ и $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$.
16. Формулы приведения: вывод $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ и $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$.
17. Формулы приведения: вывод $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} + \alpha)$ и $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} + \alpha)$, $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ и $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} - \alpha)$.
18. Формулы приведения: вывод $\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$ и $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$.
19. Формулы приведения: вывод $\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ и $\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$.
20. Формулы приведения: вывод $\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$ и $\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$, $\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ и $\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$.
21. Правила записи формул приведения. Привести примеры.
22. Основное тригонометрическое тождество. Вывод. Следствия ($\cos \alpha = \dots$, $\sin \alpha = \dots$).
23. Соотношение между тангенсом и косинусом. Вывод формулы.
24. Соотношение между котангенсом и синусом. Вывод формулы.
25. Соотношение между тангенсом и котангенсом.
26. Косинус суммы. Вывод формулы.
27. Косинус разности. Вывод формулы.
28. Синус суммы. Синус разности. Вывод формул.
29. Тангенс суммы и разности. Вывод формул.
30. Котангенс суммы и разности. Вывод формул.
31. Синус двойного угла (с выводом)
32. Косинус двойного угла (с выводом)
33. Тангенс и котангенс двойного угла (с выводом)

34. Косинус половинного угла (с выводом).
35. Синус половинного угла (с выводом).
36. Тангенс и котангенс половинного угла (с выводом).
37. Формулы понижения степени (для косинуса, синуса, тангенса, котангенса).
38. Сумма косинусов (с выводом).
39. Разность косинусов (с выводом).
40. Сумма синусов (с выводом).
41. Разность синусов (с выводом).
42. Произведение косинусов (с выводом).
43. Произведение синусов (с выводом).
44. Произведение $\sin \alpha \cdot \cos \beta$ (с выводом).
45. Приемы доказательства тригонометрических тождеств.

Вопросы по теме «Многогранники»

1. Многогранник – это...
2. Грань многогранника – это ...
3. Тетраэдр – это...
4. Геометрическое тело- это...
5. Сформулируйте теорему Эйлера
6. Призма – это..
7. Нарисуйте прямую четырехугольную призму, обозначьте её, перечислите её боковые грани, основания, вершины, рёбра
8. Диагональ многогранника – это...
9. Верно ли , что « в выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине меньше 360° .» 1)да 2) нет
10. Нарисуйте треугольную наклонную призму и проведите в ней высоту
11. Запишите формулу для нахождения площади боковой поверхности прямой призмы.
12. Какое наименьшее число ребер может иметь многогранник?
13. Тетраэдр – это...
14. Правильная призма- это...
15. Правильная пирамида – это...
16. Начертите правильную треугольную пирамиду. Обозначьте её, запишите вершины, ребра, грани.
17. Запишите формулу для вычисления полной поверхности пирамиды.
18. Найдите площадь боковой поверхности прямой призмы, если $P = 10$ см, а высота – 5 см?
19. Вставьте пропущенные слова « Площадь... равна половине произведения периметра основания на»
20. Вставьте пропущенные слова « Площадь боковой поверхности равна произведению..... на апофему»

21. Апофема – это ...

22. Заполните пропуски «Все боковые ребра правильной пирамиды ..., а боковые ребра являются».

23. Какими многоугольниками могут быть основания призмы? Боковые грани призмы? Основание пирамиды? Боковые грани пирамиды?

24. Начертите невыпуклый многогранник.

25. Какому числу кратно число ребер призмы? Пирамиды?

26. Сколько граней у 100-угольной призмы? У 28-угольной пирамиды?

27. Изобразите и нарисуйте модели призм и пирамид в реальной жизни.

28. Что является боковой гранью усеченной пирамиды?

29. Когда усеченная пирамида называется правильной?

30. Какие многоугольники будут основаниями усеченной пирамиды?

31. Высота усеченной пирамиды – это...

32. Могут ли все грани треугольной пирамиды быть

прямоугольными треугольниками?

33. Постройте многогранники. Обозначьте их, запишите видимые и невидимые грани у каждого многогранника. Посчитайте у каждого площадь поверхности

Вопросы по теме «Тела вращения»

1. Определение цилиндра (сделать чертеж с буквенными обозначениями).

2. По чертежу показать и назвать основные элементы цилиндра.

3. Как получить цилиндр вращением? Сделать чертеж.

4. Назвать и показать сечения цилиндра плоскостями.

5. Чему равна площадь полной поверхности цилиндра? Чему равна площадь боковой поверхности цилиндра?

6. Определение конуса. Чертеж (сделать чертеж с буквенными обозначениями). По чертежу показать и назвать основные элементы конуса

7. Как получить конус вращением? Сделать чертеж.

8. Назвать и показать сечение конуса разными плоскостями.

9. Как можно получить усеченный конус? Что называется, основанием усеченного конуса? Что называется, высотой усеченного конуса?

10. Чему равна площадь полной поверхности конуса? Чему равна площадь боковой поверхности конуса?

11. Определение шара, сферы. Чертеж (сделать чертеж с буквенными обозначениями). По чертежу показать и назвать основные элементы шара.

12. Когда в сечении сферы плоскостью получается окружность?

13. Когда сфера и плоскость имеют только одну общую точку? А когда не имеют общих точек?

14. Чему равна площадь сферы радиуса R ?

15. Уравнение сферы в прямоугольной системе координат.

Вопросы по теме «Производная»

1. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
2. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?
3. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.
4. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
5. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
6. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
7. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
8. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
9. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
10. В чем заключается механический смысл производной?
11. Что называется производной второго порядка и, каков ее механический смысл?
12. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
13. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
14. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.

15. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
16. Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
17. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
18. Что называется точкой перегиба и каковы необходимые и достаточные признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
19. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

Вопросы по теме «Первообразная»

1. Сформулировать определение первообразной.
2. Записать общий вид первообразной функций $y = x^n$, $n \neq -1$, $y = \cos x$.
3. Сформулировать основное свойство первообразной.
4. Сформулировать определение интеграла.
5. Сформулировать три правила нахождения первообразной.
6. Записать формулу Ньютона-Лейбница для вычисления площади криволинейной трапеции.
7. Записать формулу для вычисления площади фигуры с помощью интеграла, выполнить рисунок.

Вопросы по теме «Показательная и логарифмическая функции»

1. Сформулируйте определение показательной функции, изобразите схематически графики функций $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ и $y = 2^x$.
2. Сформулируйте свойства показательной функции.
3. Сформулируйте определение логарифмической функции, изобразите схематически графики функций $y = \log_2 x$ и $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.
4. Сформулируйте свойства логарифмической функции.
5. Запишите основное логарифмическое тождество, разъясните его смысл, приведите примеры его применения.
6. Докажите теорему о логарифме произведения.
7. Докажите теоремы о логарифме частного и степени. Запишите формулу перехода от одного основания логарифма к другому.
8. Объясните её роль в организации вычислений с помощью таблиц.

Вопросы по теме «Векторы»

1. Векторы.
2. Модуль вектора.
3. Равенство векторов.
4. Сложение векторов.
5. Умножение вектора на число.
6. Разложение вектора по направлениям.

7. Угол между двумя векторами.
8. Проекция вектора на ось.
9. Координаты вектора.
10. Скалярное произведение векторов.
11. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве.
12. Разложение вектора по координатным плоскостям.
13. Проекция вектора на ось.
14. Координаты вектора.
15. Формула расстояния между двумя точками.
16. Скалярное произведение векторов в координатах.
17. Уравнения сферы, плоскости и прямой.
18. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

ТЕСТОВЫЙ КОНТРОЛЬ

ТЕСТЫ «Повторение за курс основной школы»

Вводный тест (диагностический)

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{5-x}$.

1) $x \geq 5$; 2) $x \geq -5$; 3) $x \geq 0$; 4) $x \leq 5$.

2. Разложите квадратный трёхчлен $5x^2 - 6x + 1$ на множители

1) $5(x-1)(5x-1)$; 2) $(x-1)(5x-1)$; 3) $(x-1)(x-0,2)$;

4) $(5x-1)(x-0,2)$.

3. Найдите координаты вершины параболы, заданной формулой

$$y = 2x^2 - 8x + 6$$

1) (2; -2); 2) (-2; 30); 3) (2; 18); 4) (4; 6).

4. Решите неравенство $3x^2 - 4x - 7 < 0$

1) $\left[-1; 2\frac{1}{3}\right]$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $\left(-1; 2\frac{1}{3}\right)$; 4) $\left(-2\frac{1}{3}; 1\right]$.

5. Ордината вершины параболы $y = -(x+6)^2 + 5$ равна

1) -5; 2) 5; 3) -6; 4) 6.

6. Решением системы $\begin{cases} y = x + 2 \\ y + x^2 = 4 \end{cases}$ является пара чисел

1) (-5; -3); 2) (1; 3) и (-2; 0); 3) (1; -3); 4) (2; 0).

7. Шестой член арифметической прогрессии 1; -2; -5... равен

1) -14; 2) 12; 3) -15; 4) 16.

9. Знаменатель геометрической прогрессии 4; 12; 36... равен

1) 48; 2) 3; 3) -8; 4) 8.

10. Найдите значение разности $\sqrt[4]{81} - \sqrt[3]{216}$

1) -63; 2) 3; 3) -135; 4) -3.

11. Две трубы вместе наполняют бассейн за 6 часов. Одна первая труба наполняет

бассейн за 5 часов быстрее, чем вторая. За какое время каждая труба, действуя

отдельно, может наполнить бассейн? Ответ _____

Тест № 1 «Числа и вычисления. Алгебраические выражения»

1. Укажите наименьшее из чисел: $\frac{3}{8}$; $\frac{9}{14}$; 0,4; 0,39.

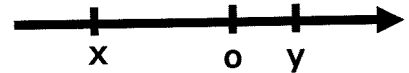
- 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{9}{14}$; 3) 0,4; 4) 0,39

2. Значение какой суммы больше 1?

- 1) $0,709 + 0,2$; 2) $0,89 + 0,098$; 3) $0,527 + 0,509$; 4) $0,49 + 0,495$.

3. На координатной прямой отмечены числа x и y . Значение, какого из выражений является отрицательным?

- 1) $x(x - y)$; 2) $y(y - x)$; 3) $xy(y - x)$; 4) $xy(x - y)$



4. На банке с краской имеется надпись $m = 5 \pm 0,05$, где m – масса краски (в кг). Как это условие можно записать в виде двойного неравенства?

- 1) $4,5 \leq m \leq 5,5$; 2) $4,95 \leq m \leq 5,05$; 3) $5 \leq m \leq 5,05$; 4) $4,99 \leq m \leq 5,01$

5. Марс находится на расстоянии $2,27 \times 10^8$ км от Солнца. Выразите это расстояние в миллионах километров.

- 1) 2270 млн. км.; 2) 227 млн. км.; 3) 22,7 млн. км.; 4) 2,27 млн. км

6. Укажите все целые числа, которые заключены между числами

$$\sqrt{31} \text{ и } \sqrt{52}$$

- 1) 32, 33, ..., 51; 2) 5, 6, 7; 3) 6, 7, 8; 4) 6, 7

7. При каком значении m выражение $\sqrt{12 - m}$ является иррациональным числом?

- 1) $m = 16$; 2) $m = 12$; 3) $m = 9$; 4) $m = -4$

8. Найдите значение выражения $1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$ при $x = -1$.

9. Товар на распродаже уценили на 20%, при этом он стал стоить 680 рублей.

Сколько стоил товар до распродажи?

- 1) 136 р. 2) 816 р. 3) 700р. 4) 850 р.

10. При каких значениях переменной вы $1 - \frac{x+1}{x}$ не имеет смысла?

- 1) при $x = 1$; 2) при $x = -1$; 3) при $x = 0$; 4) при $x = 1$ и $x = -1$

Тест № 2 « Уравнения и системы уравнений »

1. Решите уравнение: $3(2 + 1,5x) = 0,5x + 24$

- 1) $\frac{2}{9}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) 3,6 4) 4,5

2. Прочитайте задачу: «На трех полках 65 книг. На средней полке в 2 раза меньше книг, чем на нижней, а на верхней полке - на 10 книг больше, чем на нижней. Сколько книг на средней полке?» Пусть x - число книг на средней полке. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $x + 2x + (2x + 10) = 65$ 2) $x + \frac{x}{2} + (\frac{x}{2} + 10) = 65$

3) $x + \frac{x}{2} + (x + 10) = 65$ 4) $x + 2x + (x + 10) = 65$

3. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 41 см, а один из катетов на 31 см больше другого. Найдите катеты треугольника.

- 1) 42 см и 11 см 2) 41 см и 10 см 3) 40 см и 9 см 4) 43 см и 12 см

4. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ x + y = 30; \end{cases}$$

Ответ: _____

5. Найдите сумму корней уравнения $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$.

- 1) 2,5 2) 0,5 3) -0,5 4) 1,5

6. Решите уравнение:
$$\frac{4x^2}{x+2} - \frac{3x}{x-3} = \frac{2(x-8)}{x^2-x-6}$$

Ответ: _____

Тест № 3 «Решение текстовых задач».

1. Скорость течения реки - 4 км/ч. За какое время на плоту Вы сможете добраться до

турбазы, которая находится вниз по реке на 6 км? Ответ: _____

2. Вкладчик положил в банк вклад под 10% годовых. Как изменится его сумма через 3 года? Ответ: _____

3. Лекарственная ромашка теряет при сушке 84% массы. Сколько килограммов ромашки

надо собрать, чтобы получить 8 кг сухого растения? Ответ: _____

4. Сплав олова с медью массой 12 кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо

добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% меди? Ответ: _____

5. Первое число равно 0,6, а второе 0,2. Сколько процентов первое число составляет от

суммы этих чисел? Ответ: _____

6. Из 40 т руды выплавляют 20 т металла. Сколько процентов примесей содержит

металл, если в руде 53% примесей? Ответ: _____

7. Из молока 5% жирности получают творог 15,5% жирности, при этом остается

сыворожка, жирность которой 0,5%. Сколько творога получается из 1 т молока ?

Ответ _____

8. Из цистерны в бассейн сначала перелили 50% имеющейся в цистерне воды, затем 100

л, затем еще 5% от остатка. При этом количество воды в бассейне возросло на 31%.

Сколько воды было в цистерне, если в бассейне первоначально было 2000 литров

воды? Ответ _____

9. Сколько граммов чистого спирта надо прибавить к 735 г 16% раствора йода в спирте,

чтобы получить 10% раствор ? Ответ _____

11. Один раствор содержит 20% соляной кислоты, а второй – 70% кислоты.

Сколько

литров первого и второго растворов нужно взять, чтобы получить 100 л 50% раствора? Ответ _____

12. Двое квалифицированных рабочих вместе могут выполнить задание за 6 дней,

работая с одинаковой производительностью. Ту же работу трое учеников могут

сделать за 8 дней. За сколько дней выполнят это задание один

квалифицированный

рабочий и два ученика, работая одновременно? Ответ _____

13. Один рабочий выполняет работу за 4,5 часа, а двое рабочих вместе выполняют ее за 2

часа. На сколько процентов производительность одного рабочего выше производительности другого? Ответ _____

Тест №4 «Функции».

1. Из данных функций, заданных формулой, выберите ту, которая является обратной пропорциональностью:

1) $y = \frac{6}{x}$; 2) $y = \frac{x}{6}$; 3) $y = 6x$.

2. Функция задана формулой

$$y(x) = \frac{6}{x}$$

Укажите, при каком значении x значение функции равно 2, то есть

$$y(x) = 2.$$

1). 2; 2). 3; 3). 18; 4). 4.

3. Найдите область определения функции $y = \frac{25}{x+5}$.

1) x – любое число; 2) $x \neq -5$; 3) $x > -5$; 4) $x < -5$.

4. Укажите чётную функцию

1) $y = x^2 + x$; 2) $y = x^6 + x^4$; 3) $y = x^2 + x - 6$; 4) $y = \sqrt{x + x^2}$.

5. Найти наименьшее значение функции, изображённой на рисунке

1.

1) 1; 2) -2; 3) 4; 4) -1.

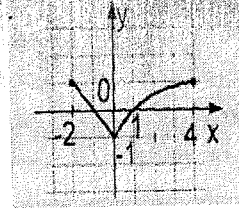


Рисунок 1

6. При каких значениях x функция принимает отрицательные значения? (см. рисунок 1). Ответ дайте в виде двойного неравенства или числового промежутка. Ответ: _____

Тест № 5 «Неравенства. Системы неравенств».

1. Выбери числовой промежуток, соответствующий неравенству $x \leq 2$

1) $[-2; \infty)$; 2) $(-2; \infty)$; 3) $(-\infty; -2)$; 4) $(-\infty; 2]$.

2. Выбери числовой промежуток, соответствующий решению системы

$$\begin{cases} 2x + 7 < 3x + 4 \\ 20 - x > 4x - 5 \end{cases}$$

1) $(5; \infty)$; 2) $(3; 5)$; 3) $(-\infty; 3)$; 4) $[-5; -3)$.

3. Выбери числовой промежуток, соответствующий решению неравенства

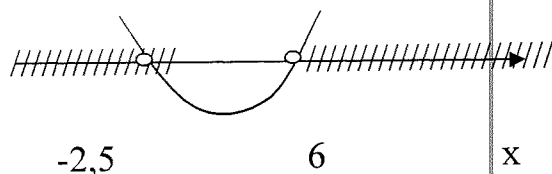
$$\frac{3x - 2}{4} - \frac{2x + 3}{3} \leq -1$$

1) $(-\infty; 6]$; 2) $[3, 6; +\infty)$; 3) $(-\infty; -30]$; 4) $(-\infty; 4]$.

4. Выбери число, которое не является решением данного квадратного неравенства $2x^2 + 3x - 5 < 0$

1) -2; 2) 0; 3) 3; 4) -1

5. Выбери неравенство в соответствии с чертежом



1) $x^2 - 3,5x - 15 > 0$

2) $x^2 - 3,5x - 15 \geq 0$

3) $x^2 + 3,5x - 15 > 0$

4) $x^2 + 3,5x - 15 \geq 0$

6. Выбери неравенство, соответствующее числовому промежутку $[-4; \infty)$

1) $6(2-x) - (x+3)(x-4) \geq 4 - x^2$

2) $2x(x+8) - (x-7)(2x+7) \leq 141$

3) $3x(x-4) - (3x+2)(x-2) \geq -36$

4) $(x-1)(x+3) + 2 \geq x(x-2) - 17$

7. Выбери числовые промежутки, которые являются решениями неравенства

$x(x+15)(x+21) < 0$

1) $(-\infty; -21) \cup (-15; 0)$

3) $(-\infty; -21) \cup (15; 21)$

2) $(-21; -15) \cup (0; \infty)$

4) $(0; 15) \cup (21; +\infty)$

Тест № 6 «Прогрессии»

1. В арифметической прогрессии известны $a_1 = -0,6$ и $d = 5$. Найдите a_4 .

1) 14; 2) 14,3; 3) 14,4; 4) 14,5

2. Отдыхающий загорал в первый день 15 минут, а в каждый следующий день на 5 минут больше, чем в предыдущий. Сколько минут будет загорать отдыхающий в шестой день?

1) 40 мин. 2) 60 мин 3) 45 мин 4) 50 мин

3. В арифметической прогрессии (a_n) известны $a_1 = 21$ и $d = 0,4$. Найдите номер члена прогрессии, равного 23,4.

1) 5; 2) 7; 3) 6; 4) 8

4. Найдите сумму всех натуральных чисел от 9 до 103 включительно. Ответ

5. Найдите знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если $b_5 = 6$ и $b_7 = 54$.

1) 3; 2) -3; 3) ± 3 ; 4) 9

6. Найдите первый член геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_5 = \frac{1}{64}$ и

$q = \frac{1}{2}$.

1) 0,25; 2) 0,2; 3) 32; 4) 8

7. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии: $3; 1;$

$\frac{1}{3}; \dots$

1) 4,5; 2) 3; 3) 4; 4) 3,5

8. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:

$0,8(4)$

1) $\frac{38}{15}$; 2) $\frac{18}{45}$; 3) $\frac{45}{38}$; 4) $\frac{38}{45}$

Тест № 7. «Степени и корни»

1. Выберите дробные выражения

1) $m^2 - n^2$; 2) $\frac{2}{5a} + 2ab$; 3) $a : (a + 6)$; 4) $\frac{2ab}{7}$;

1) 2; 3 2) 2; 4 3) 1; 4 4) 3; 4.

2. Укажите корни квадратного уравнения $2x^2 = 3x$.

1) 0; 1,5 2) 0 3) 0; -1,5 4) 1,5

3. Вычислите $\frac{\sqrt{3,6}}{\sqrt{10}}$.

1) 0,6; 2) $\pm 0,6$; 3) 6; 4) ± 6 .

4. Сократите дробь $\frac{a+4}{16-a^2}$.

1) $a - 4$; 2) $\frac{1}{4-a}$; 3) $\frac{1}{a-4}$; 4) $4 - a$.

5. Какое из уравнений не имеет корней?

1) $2x^2 + 5x + 6 = 0$

2) $x^2 + 8x + 16 = 0$

3) $3x^2 + x - 7 = 0$

6. Вычислите $\frac{2^{-4} \cdot 2^{-3}}{2^{-11}}$.

1). 0,5; 2). 8; 3) 16; 4) $\frac{1}{16}$.

7. При каких значениях x функция $y = -5x$ принимает значения больше 7,5?

1) $(-\infty; 1,5)$; 2) $(-\infty; -1,5)$; 3) $(-\infty; -1,5]$; 4) $(12,5; +\infty)$

8. Выберите выражение, которое не имеет смысла при $a = 0$

1) $\frac{a-5}{5a}$ 3) $\frac{a}{a-5}$

2) $\frac{5a}{a^2+25}$ 4) $\frac{21}{a^2-5a}$

1) 1 2) 1; 3 3) 1; 4 4) 2.

9. Расположите числа в порядке возрастания

$\sqrt{43}$; $2\sqrt{10}$; $3\sqrt{5}$.

1) $\sqrt{43}$; $2\sqrt{10}$; $3\sqrt{5}$

$$1) \sqrt{43}; 2\sqrt{10}; \sqrt{43}$$

$$3) \sqrt{43}; 3\sqrt{5}; 2\sqrt{10}$$

$$4) 2\sqrt{10}; 3\sqrt{5}; \sqrt{43}$$

$$5) 2\sqrt{10}; \sqrt{43}; 3\sqrt{5}$$

10. Сумма квадратов трех последовательных натуральных чисел равна 3024.

Найдите эти числа.

Решая эту задачу, ученик составил уравнение $n^2 + (n-1)^2 + (n+1)^2 = 3024$.

Что он обозначил буквой n ?

- 1) наименьшее число
- 2) наибольшее число
- 3) среднее число

11. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3x+9 \geq 0 \\ x-5 \leq 1 \end{cases}$$

- 1) $(-3; 6)$
- 2) $[-3; 6]$
- 3) $\mathbb{R} \setminus [6; +\infty)$
- 4) $\Gamma \setminus (6; +\infty)$

12. Какое квадратное уравнение имеет корни 4 и 9?

$$1) x^2 + 13x + 36 = 0$$

$$2) x^2 + 36x + 13 = 0$$

$$3) x^2 - 36x + 13 = 0$$

$$4) x^2 - 13x + 36 = 0$$

13. Из данных чисел выберите то, которое записано в стандартном виде.

$$1) 51,24 \cdot 10^6$$

$$2) 0,011 \cdot 10^{-2}$$

$$3) 2,2145 \cdot 10^4$$

$$4) 0,02$$

14. Приведите дробь $\frac{25}{a-b}$ к знаменателю $a^2 - b^2$.

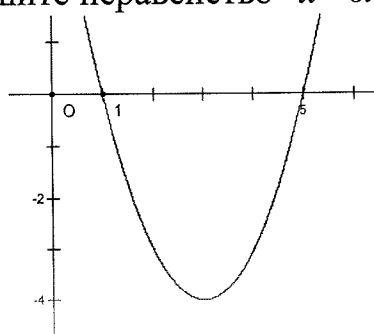
$$1) \frac{25a+25b}{a^2-b^2}; \quad 2) \frac{25ab}{a^2-b^2}; \quad 3) \frac{25a+b}{a^2-b^2}; \quad 4) \frac{25(a-b)}{a^2-b^2}$$

15. Решите неравенство $x - 4 < 3x + 9$

- 1) $(-6,5; +\infty)$; 2) $[-6,5; +\infty)$; 3) $(6,5; +\infty)$; 4) $(-\infty; -6,5)$.

УБСГ «Повторение за курс основной школы» (ИТОГОВЫЙ)

1. На рисунке изображен график функции $y = x^2 - 6x + 5$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 - 6x + 5 \leq 0$.



- A) $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$
 B) $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$
 C) $(1; 5)$
 D) $[1; 5]$

2. Решите неравенство: $x^2 + x - 6 > 0$

- A) $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ B) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ C) $(-3; 2)$ D) $[2; 3]$

3. Решите неравенство: $\frac{(x+4)(2x-4)}{x-5} < 0$

- A) $(-\infty; -5] \cup [-2; 4]$ B) $(-\infty; -5) \cup (-2; 4)$ C) $(-\infty; 4] \cup [2; 5]$ D) $(-\infty; 4) \cup (2; 5)$

4. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 8x^2 + 7x - 1 \leq 0 \\ 2x^2 + 7x + 3 > 0 \end{cases}$

- A) $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{8}]$ B) $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{8}]$ C) $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{8}]$ D) $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{8}]$

5. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x - y = 4 \end{cases}$

- A) (5; 2); B) (5; 8); C) (3; -1); D) (2; 1), (1; 2).

6. Упростить выражение: $\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} + \cos \alpha$

- A) -1 B) $\cos \alpha$ C) 1 D) $\sin \alpha$ E) $\sin^2 \alpha$

7. Вычислить: $2\sin 30^\circ - \sqrt{3} \sin 60^\circ \operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{tg} 30^\circ$

- A) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $-(2-\sqrt{3})$ D) $2-\sqrt{3}$

8. Найти $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

- A) $1\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$

9. Стороны треугольника равны 10 см и 16 см, угол между ними равен 60° . Найдите площадь треугольника.

- A) 40 см^2 . B) $40\sqrt{3} \text{ см}^2$. C) 80 см^2 . D) $40\sqrt{2} \text{ см}^2$.

10. Найдите площадь прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза равна 5 см, а один из катетов равен 4 см.

- A) 10 см^2 . B) 5 см^2 . C) 12 см^2 . D) 6 см^2 .

11. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма его углов равна 2520° ?

- A) 14 B) 12 C) 16 D) 18 д) 20

12. Чему равен внешний угол правильного восьмиугольника?

- A) 60° B) $22,5^\circ$ C) 45° D) 40° д) 135°

13. Сторона правильного треугольника равна $8\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

- A) 5 B) 4 C) 7 D) 9

14. В прямоугольном треугольнике катеты равны 12 и 16 см. Вычислить радиус описанной окружности.

- A) 25 B) 35 C) 20 D) 30

15. Найдите площадь сектора, если его центральный угол равен 60°

- A) $\frac{1}{6} \pi R^2$; B) $\frac{1}{4} \pi R^2$; C) $\frac{1}{2} \pi R^2$; D) $\frac{1}{360} \pi R^2$

16. В прямоугольник $5 \times 4 \text{ см}^2$ вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?

- A) 0.344 B) 0.353 C) 0.565 D) 0.651

17. В течение четверти Даша получила следующие отметки по математике: три «двойки», две «тройки», десять «четверок» и пять «пятерок». Найдите моду, размах, сумму среднего арифметического и медианы ее оценок.

- A) 4; 3; 3,85; 4 B) 4; 2; 4; 5 C) 5; 3; 3,85; 4 D) 2; 3; 3,85; 4

18. Заказ на 132 детали первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 1 деталь больше?

- A) 15 B) 16 C) 12 D) 13

20. Из двух городов, расстояние между которыми равно 300 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 70 км/ч и 80 км/ч?

- A) 2 B) 3 C) 1 D) 4

Коды правильных ответов

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	B	A	D	A	C	C	A	A	D	D	C	C	B	C	A	B	A	A	C	A

Тест по теме «Прямые и плоскости в пространстве»

- 1) Прямую, перпендикулярную любой прямой в плоскости, называют...
- а) наклонной к плоскости;
 - б) перпендикуляром к плоскости;
 - в) секущей;
 - г) лучом.
- 2) Наклонной к плоскости называют прямую, пересекающую плоскость и ...
- а) не пересекающую перпендикуляр;
 - б) лежащую в ней;
 - в) не имеющую с ней общих точек;
 - г) не перпендикулярную ей.
- 3) Параллельными называют плоскости, ...
- а) не имеющие общих прямых;
 - б) у которых одна общая точка;
 - в) у которых две общие точки;
 - г) не имеющие ни одной общей точки.
- 4) Прямая, проходящая через основания перпендикуляра и наклонной, называется ...
- а) осевой;
 - б) параллельной плоскости;
 - в) проекцией наклонной на плоскость;
 - г) перпендикуляром к плоскости.
- 5) Наклонная перпендикулярна прямой в плоскости, если ...
- а) перпендикуляр пересекается с проекцией наклонной на плоскость;
 - б) проекция наклонной параллельна этой прямой;
 - в) проекция наклонной перпендикулярна этой прямой;
 - г) прямая совпадает с проекцией наклонной.
- 6) Если из точки вне плоскости провести к ней перпендикуляр и наклонные, то ...
- а) перпендикуляр длиннее наклонной;
 - б) наклонная длиннее перпендикуляра;
 - в) проекция наклонной короче перпендикуляра;
 - г) наклонная и ее проекция равны.
- 7) Прямая параллельна плоскости, если они...
- а) пересекают прямую в одной и той же точке;
 - б) перпендикулярны одной и той же прямой;
 - в) удалены от данной точки на равные расстояния;
 - г) пересекают плоскость в одной точке.
- 8) Углом между наклонной и плоскостью называют...
- а) угол между наклонной и перпендикуляром;
 - б) угол между проекцией и перпендикуляром;
 - в) угол между наклонной и ее проекцией;
 - г) угол между наклонной и прямой в плоскости.
- 9) Через ... проходит единственная плоскость
- а) две точки;
 - б) три параллельные прямые;
 - в) три попарно пересекающиеся прямые;
 - г) четыре точки.
- 10) Прямая пересекает плоскость, если прямая и плоскость ...
- а) не имеют ни одной общей точки;
 - б) имеют две общие точки;
 - в) имеют только одну общую точку;
 - г) имеют три общих точки.
- 11) Если прямая пересекает плоскость квадрата в точке пересечения диагоналей и перпендикулярна двум смежным его сторонам, то она ...
- а) параллельна двум другим сторонам квадрата;
 - б) перпендикулярна диагоналям квадрата;
 - в) параллельна диагоналям квадрата;
 - г) образует с плоскостью квадрата угол в 30° .
- 12) Если две параллельные плоскости пересечь третьей, то ...

- а) линии пересечения равны;
 б) линии пересечения параллельны;
 в) линии пересечения перпендикулярны;
 г) плоскости совпадают.
- 13) Если две параллельные плоскости пересечь двумя параллельными прямыми, то ...
 а) прямые пересекаются в точке;
 б) плоскости пересекаются по прямой, параллельной одной из прямых;
 в) отрезки, заключенные между плоскостями равны;
 г) плоскости перпендикулярны одной из прямых.
- 14) Если наклонная длиной 16 см образует с плоскостью угол в 60° , то ее проекция на плоскость равна...
 а) 32 см; б) 8 см; в) 8 см; г) 256 см^2 .
- 15) Наклонные АВ и АС образуют с плоскостью углы в 30° и 45° соответственно. Тогда ...
 а) проекция наклонной АВ длиннее проекции наклонной АС на плоскость;
 б) наклонная АВ короче наклонной АС;
 в) наклонная АВ длиннее наклонной АС;
 г) проекции наклонных равны.
- 16) Если в прямоугольном треугольнике катет в два раза меньше гипотенузы, то ...
 а) прилежащий катету угол равен 30 градусам;
 б) прилежащий катету угол равен 60 градусам;
 в) прилежащий катету угол равен 90 градусам;
 г) противолежащий угол равен 60 градусам.
- 17) Перпендикуляром к-плоскости называют прямую, ...
 а) пересекающую плоскость;
 б) перпендикулярную некоторой прямой в плоскости;
 в) перпендикулярную любой прямой в плоскости;
 г) лежащую в параллельной плоскости.
- 18) Та из наклонных больше, у которой ...
 а) проекция равна перпендикуляру;
 б) проекция больше;
 в) проекция меньше;
 г) проекция больше перпендикуляра.
- 19) Планиметрия - это измерения ...
 а) углов; б) отрезков; в) на плоскости; г) в пространстве.
- 20) Угол между наклонной и плоскостью ...
 а) меньше 90° ; б) больше 90° ; в) равен 60° ; г) тупой.
- 21) Проекцией наклонной на плоскость называют прямую, ...
 а) перпендикулярную плоскости;
 б) пересекающую наклонную под углом 30° ;
 в) проходящую через точки наклонной и перпендикуляра;
 г) проходящую через основания наклонной и перпендикуляра.
- 22) Если две точки прямой принадлежат плоскости, то прямая ...
 а) называется проекцией точки на плоскость; б) лежит в плоскости;
 в) пересекает плоскость под прямым углом; г) называется перпендикуляром к плоскости.
- 23) Прямые, имеющие одну общую точку называют ...
 а) скрещивающимися; б) пересекающимися; в) параллельными; г) совпадающими.
- 24) Две плоскости параллельны, если они ...
 а) перпендикулярны одной и той же прямой;
 б) параллельны одной и той же прямой;
 в) пересекаются в одной точке;
 г) пересекают одну и ту же прямую.
- 25) Если две прямые параллельны третьей, то они..
 а) перпендикулярны друг другу;
 б) параллельны между собой;
 в) совпадают; г) пересекаются.

26) Расстояние между двумя параллельными плоскостями равно 10 см, а отрезок, заключенный между плоскостями равен 12 см. Тогда проекция отрезка на одну из плоскостей равна...

- а) 8 см; б) 44 см; в) 5 см; г) 2 см.

27) Два равносторонних, длиной 10 см образуют между собой угол в 60 градусов. Расстояние между их проекциями на плоскость равно...

- а) 10 см; б) 5 см; в) 3 см; г) 20 см.

28) Две плоскости совпадают, если они имеют ...

- а) две общих точки; б) три общих точки; в) одну общую прямую; г) одну общую точку.

Тест по теме «Тригонометрические функции»

Вариант № 1

Часть 1

1. Выразить в радианах угол $\alpha = 20^\circ$

- 1) $\pi/5$ 2) $\pi/7$ 3) $\pi/9$ 4) $\pi/10$

2. Выразить в градусах угол $\alpha = 4\pi/45$

- 1) 16° 2) 15° 3) 20° 4) 35°

3. Какой четверти числовой окружности принадлежит точка $t = 19\pi/4$

- 1) первой 2) второй 3) третьей 4) четвёртой

4. Упростить выражение: $3\cos^2\alpha - 6 + 3\sin^2\alpha$

- 1) 1 2) -5 3) 3 4) -3

5. Найти значение выражения $4\cos^2x + 2$, если $\sin^2x = 0,6$

- 1) 4,56 2) 3,6 3) 4,6 4) 8,4

6. Упростить выражение: $\sin 4\alpha - \sin 6\alpha + \cos 2\alpha + \cos 4\alpha - \cos 6\alpha$

- 1) $\cos 10\alpha + \cos 2\alpha$ 2) $2\cos 2\alpha$ 3) $\cos \alpha - \cos 6\alpha$ 4) $\cos 2\alpha + \sin 10\alpha$

7. Упростить выражение $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

- 1) $\sin \alpha$ 2) $-\sin \alpha$ 3) $2\cos \alpha + \sin \alpha$ 4) $\cos \alpha + \sin \alpha$

8. Найти область значений функции $y = \sin 2x$

- 1) $[-1; 1]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[0; -2]$ 4) $[-2; 0]$

9. Найти $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -2/3$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

- 1) $-\frac{3}{\sqrt{5}}$ 2) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ 3) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ 4) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

10) Решить уравнение $\sin 2x = 1/2$

1) $(-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

2) $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

3) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

4) $(-1)^n \frac{\pi}{12} + \pi n, n \in Z$

Часть 2

1. Найти значение выражения

$$2\sqrt{2} \cdot \frac{\sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ - \sin 100^\circ \cdot \cos 50^\circ}{\sin 25^\circ \cos 20^\circ + \sin 115^\circ \cdot \sin 20^\circ}$$

2. Решить уравнение $2\sin^2 2x + 7\cos 2x = 3$

3. Решить уравнение $6\sin^2 x + \sin x - \cos x - \cos^2 x = 2$

4. Найти значение выражения $169\sin 2x$, если $\cos x = -5/13, -\pi < x < 0$

5. Сколько корней имеет уравнение $\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)\sqrt{4-x^2} = 0?$

6. Найти наименьшее целое значение функции $y = \frac{5}{3}\sqrt{\sin^2 x + 24\cos^2 x + 3}$

Вариант № 2

Часть 1

1. Выразить в радианах угол $\alpha = 240^\circ$

1) $4\pi/3$

2) $2\pi/3$

3) $4\pi/3$

4) $3\pi/2$

2. Выразить в градусах угол $\alpha = 5\pi/36$

1) 40°

2) 35°

3) 25°

4) 50°

3. Какой четверти числовой окружности принадлежит точка $t = -23\pi/6$

1) первой

2) второй

3) третьей

4) четвёртой

4. Упростить выражение: $9\cos^2 \alpha - 16 + 9\sin^2 \alpha$

1) 2

2) -25

3) -15

4) -7

5. Найти значение выражения $3 - 2\operatorname{tg}^2 x \cdot \cos^2 x$, если $\sin x = 0,1$

1) 2,8

2) 1,02

3) 2,98

4) 3,02

6. Упростить выражение: $\cos 3\alpha - \cos 2\alpha - \cos \alpha - \sin 3\alpha - \sin 2\alpha$

1) $\cos^2 \alpha - \cos \alpha$

2) 0

3) $\sin \alpha - \cos \alpha$

4) $\cos 5\alpha + \cos \alpha$

7. Упростить выражение $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

1) $3\cos \alpha$

2) $\cos \alpha$

3) 0

4) $2\cos \alpha - \sin \alpha$

8. Найти множество значений функции $y = \sin x - 3$

- 1) $[-4; 0]$ 2) $[-4; -2]$ 3) $[-3; 3]$ 4) $[-3; -2]$

9. Найти значение выражения

- 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ 4) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

10. Решить уравнение

- 1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$
 3) $\frac{\pi}{6} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$

Часть 2

1. Найти значение выражения

$$\sqrt{6} \cdot \frac{\cos 14^\circ \cdot \sin 31^\circ + \cos 76^\circ \cdot \cos 31^\circ}{\sin 87^\circ \sin 63^\circ - \sin 177^\circ \cdot \sin 27^\circ}$$

2. Решить уравнение $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0$

3. Решить уравнение $2\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 2$

4. Найти значение выражения $5\sin 2x$, если

$$\sin x = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \text{и} \quad \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

5. Сколько корней имеет уравнение

$$\left(1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}\right) \sqrt{4 - x^2} = 0?$$

6. Найти наибольшее целое значение

функции $y = 3,5\sqrt{4\cos 2x + 6\sin^2 x + 5}$

Тест по теме: «Многогранники»

Вариант 1

1. Многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, совмещааемых параллельным переносом, а также всех отрезков соединяющих соответствующие точки многоугольников называется:

- А. Параллелепипед,
 Б. Пирамида
 В. Призма
 Г. Нет верного ответа
2. Апофема это...
- А. Высота пирамиды
 Б. Любая высота боковой грани
 В. Высота, проведенная из вершины к основанию
 Г. Высота боковой грани, проведенная из вершины
3. Сколько высот можно провести в наклонной призме?
- А. Бесконечно много
 Б. Столько сколько углов в основании
 В. Одну
 Г. Ни одной

4. Диагональю призмы называется отрезок соединяющий...
- Две смежные вершины
 - Две вершины, не лежащие в одной грани
 - Две вершины
 - Две вершины, лежащие в разных основаниях
5. Полная поверхность правильной пирамиды состоит ...
- Из боковой грани и основания
 - Из боковых граней
 - Из боковой поверхности и основания
 - Из боковой поверхности и двух оснований
6. Площадь боковой поверхности прямой призмы находится по формуле:
- $S = P \cdot h$
 - $S = 6a^2$
 - $S = (ab + ac + bc) \cdot 2$
 - $S = \frac{1}{2} P \cdot h$
7. Объем, какого многогранника можно вычислить по формуле:
 $V = abc$
- Параллелепипеда
 - Куба
 - Прямой призмы
 - Прямоугольного параллелепипеда
8. В треугольной призме
- Нет диагоналей
 - Одна диагональ
 - Три диагонали
 - Шесть диагоналей
9. В правильной пирамиде основание квадрат, со стороной 6 см. Высота 15 см. Найдите объем пирамиды.
10. Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, если линейные измерения его 2, 5 и 7.
11. Нарисуйте правильную треугольную пирамиду.

Вариант 2

1. Параллелепипед это...
- Многогранник, у которого все грани прямоугольники.
 - Многогранник в основании, которого лежит параллелограмм
 - Призма, в основании которой лежит произвольный четырехугольник
 - Нет верного ответа
2. Пирамида называется правильной, если...
- Ее основание правильный многоугольник и высота падает в центр основания
 - Ее основание правильный многоугольник
 - Ее боковые ребра перпендикулярны основаниям
 - Ее основание правильный многоугольник и боковые ребра перпендикулярны основанию

3. Сколько высот можно провести в пирамиде?
 А. Бесконечно много
 Б. Столько сколько углов в основании
 В. Одну
 Г. Ни одной
4. Сколько граней имеет пирамида, в основании которой лежит квадрат?
 А. Четыре,
 Б. Пять
 В. Шесть
 Г. Нет верного ответа
5. Боковая поверхность пирамиды состоит
 А. Из боковой грани и основания
 Б. Из боковых граней
 В. Из боковой поверхности и основания
 Г. Из боковой поверхности и двух оснований
6. Площадь боковой поверхности, какого многогранника можно вычислить по формуле: $S = (ab + ac + bc) \cdot 2$
 А. Прямой призмы
 Б. Правильной призмы
 В. Параллелепипеда
 Г. Прямоугольного параллелепипеда
7. Объем пирамиды вычисляется по формуле?
 А. $V = \frac{1}{2} S_{\text{осн}} \cdot h$
 Б. $V = P_{\text{осн}} \cdot h$
 В. $V = abc$
 Г. $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$
8. Сколько пар диагоналей можно провести в четырехугольной призме?
 А. Одну
 Б. Две
 В. Три
 Г. Четыре
9. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 1, апофема 5. Найдите площадь боковой поверхности.
10. Найдите объем призмы, высота которой 10 см, а основание прямоугольный треугольник со сторонами 2 и 4 см.
11. Нарисуйте прямую призму, основание которой трапеция.

**Тест по теме: «Тела вращения»
 Вариант 1.**

1. Какое тело вращения имеет 2 основания?

а) конус

б) шар

в) цилиндр

2. Какое тело вращения имеет в сечении треугольник?

3. Какое тело вращения не имеет высоты?

а) конус

б) шар

в) цилиндр.

4. Какая фигура является осевым сечением шара?

а) круг

б) треугольник

в) трапеция.

5. Какую фигуру можно вращать вокруг своей стороны, чтобы получить конус?

а) равносторонний
треугольник

б) остроугольный
треугольник

в) прямоугольный
треугольник

6. Какой элемент, не принадлежит конусу?

а) высота

б) ось

в) медиана

7. Найти образующую конуса, если его радиус 4 см, а высота 3 см.

а) 5 см

б) $\sqrt{7}$ см

в) 7 см

8. Найдите высоту усеченного конуса, если радиусы его оснований равны 5 см и 8 см, а образующая 11 см.

а) 24 см

б) 8 см

в) $4\sqrt{7}$ см

9. Найти диагональ осевого сечения цилиндра, если его радиус 6 дм, а высота 8 дм

а) 10 дм

б) $4\sqrt{13}$ дм

в) 14 дм

10. Найти площадь сечения шара, радиус которого 39 см, а плоскость сечения удалена от центра шара на 11 см

а) 1400π см²

б) $10\sqrt{14}\pi$ см²

в) 140π см²

© ИИИИИИ институту «Тела вращения»

№ задания	Вариант1	Вариант2
1	в	а
2	а	в
3	б	б
4	в	а
5	б	в
6	б	в
7	б	а
8	а	в
9	а	б
10	в	а

Тест по теме «Первообразная и интеграл».

№	Задание	Ответ
1	Найдите функцию $f(x)$, для которой $F(x) = \sqrt{3x+1}$ первообразной на $(-\frac{1}{3}; +\infty)$.	
2	Найдите первообразную F для функции $f(x)=x^4$ на $(-\infty; +\infty)$, график которой проходит через точку $M(-1;0,8)$	
	Найдите общий вид первообразной для $f(x) = 2x^3 + \frac{1}{x^4} + \sqrt{x} + 2$ на $(0; \infty)$	
4	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}, x = 1, x = 4, y = 0$.	
5	Найдите площадь ограниченной линиями $y=x^2$ и $x+y=6$.	фигуры,
6	Найдите $\int_1^2 (\frac{x^2}{3} - \frac{2}{x^3}) dx$	
	Вычислите $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^2 x) dx$	
8	Используя геометрический смысл интеграла, найдите $\int_{-3}^4 x - 2 dx$.	
9	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\cos 2x, y=0, x=0, x = \frac{\pi}{4}$.	
10	Найдите путь, пройденный точкой за промежуток времени от $t_1=0$ до $t_2=4$, если зависимость скорости от времени t описывается уравнением $v(x) = 3t^2 - 2t$ (t - в секундах, v - в м/с).	

№	Задание		Ответ
1	Найдите функцию $f(x)$, для которой $F(x) = \cos 3x - \cos \pi$ первообразной на $(-\infty; +\infty)$.		
2	Найдите первообразную F для функции $f(x)=x^2$ на $(-\infty; +\infty)$, график которой проходит через точку $M(-1;3)$		
	Найдите общий вид первообразной для $f(x) = \frac{3}{\sin^2 x} + 4\cos x$.		
4	Найдите площадь ограниченной линиями $y=x^2, x+y=6, y=0$.	фигуры,	
5	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2\sin x, y = -\sin x, 0 \leq x \leq \pi$.		
	Найдите значение интеграла $\int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}} dx$.		
7	Вычислите $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 3x}$		
8	Используя геометрический смысл интеграла, найдите $\int_{-4}^5 x - 3 dx$.		
	Найдите площадь фигуры, которая ограничена графиком функции $y = \sqrt{x+2}$, касательной к нему в точке с абсциссой $x_0=2$ и прямой $y=0$.	ограничена	
10	Найдите закон движения точки, если скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону $v(t) = 3t^2 - 2t$.		

Тест по теме «Логарифмическая функция»

1 вариант

1. Вычислите $\log_2 8$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

2. Вычислите $\log_3 \frac{1}{81}$

- 1) 3; 2) -3; 3) -2; 4) -1.

3. Вычислите $2^{\log_2 8}$

- 1) 81; 2) 27; 3) 9; 4) 8.

4. Расположите в порядке возрастания

№1 $\log_2 \frac{1}{4}$; №2 $\log_2 1$; №3 $\log_2 \frac{1}{16}$; №4 $\log_2 4$

- 1) 1234; 2) 3142; 3) 3124; 4) 4231.

5. Выберите убывающую функцию

№1 $y = \log_3 x$; №2 $y = \log_{1,2} x$; №3 $y = \log_{4,2} x$; №4 $y = \log_{0,4} x$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

6. Решите уравнение $\log_2(x - 1) = 1$

- 1) 3; 2) 2; 3) 0; 4) 1.

7. Решите уравнение $\log_3(2 - x) + \log_3 x = 0$

- 1) 1; 2) -1; 3) 2; 4) 1.

8. Решите уравнение $\lg(1 - 2x) = 1$

- 1) 0; 2) 1,5; 3) -4,5; 4) 4,5.

9. Найдите область определения функции $y = \log_3(9 - x^2)$

- 1) $[-3; 3]$; 2) $(-3; 3)$; 3) $(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$; 4) $(-\infty; -3] \cup [3; \infty)$

10. Решите неравенство $\log_4(x - 1) > 1$

- 1) $x > 5$; 2) $x > 8$; 3) $x > 1$; 4) $x > 0$.

11. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(1 - x) > -1$

- 1) $(-\infty; 1)$; 2) $(-\infty; -1)$; 3) $(-2; 2)$ 4) $(-1; 1)$

2 вариант

1. Вычислите $\log_3 81$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

2. Вычислите $\log_{34} \frac{1}{16}$

- 1) 4; 2) -5; 3) -2; 4) -1.

3. Вычислите $3^{1+\log_3 4}$

- 1) 81; 2) 27; 3) 9; 4) 12.

4. Расположите в порядке возрастания

№1 $\log_5 \frac{1}{25}$; №2 $\log_5 1$; №3 $\log_6 \frac{1}{6}$; №4 $\log_6 216$

- 1) 1234; 2) 1324; 3) 3124; 4) 4231.

5. Назовите возрастающую функцию

№1 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$; №2 $y = \log_{1,2} x$; №3 $y = \log_{0,01} x$; №4 $y = \log_{0,4} x$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

6. Решите уравнение $\log_5(2x - 3) = 1$

- 1) 4; 2) 2; 3) 0; 4) 1.

7. Решите уравнение $\log_4(x - 5) + \log_6 x = 1$

- 1) 0; 2) 6; 3) 2; 4) 4.

8. Решите уравнение $\lg(2 - x) = 1$

- 1) -9; 2) 8; 3) 1; 4) -8.

9. Найдите область определения функции $y = \log_7(100 - x^2)$

- 1) $(-10; 10)$; 2) $[-10; 10]$; 3) $(-\infty; -10) \cup (10; \infty)$; 4) $(-\infty; -10) \cup [10; \infty)$

10. Решите неравенство $\log_3(x - 2) > 0$

- 1) $x < 3$; 2) $x > 2$; 3) $x > 3$; 4) $x > 0$.

11. Решите неравенство $\log_{0,1}(3 - x) > -1$

- 1) $(-7; 3)$; 2) $(10; \infty)$; 3) $(-2; 2)$; 4) $(-\infty; 3)$

Ответы

	1 вариант	2 вариант
1	3	4
2	1	3
3	2	4
4	3	2
5	4	2
6	1	1
7	4	2
8	3	4
9	2	1
10	2	3
	1	1

Тест по теме «Логарифмическая и показательная функции»

1) $\log_a(x \cdot y) =$

2) Вычислить $\log_2 32 =$

3) $(a^n)^m =$

4) Изобразите схематично график функции $y = a^x$, где $0 < a < 1$

5) Вычислите: $\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$

6) Какое выражение имеет смысл:

а) $\log_1 6$; б) $\log_3 5^{-2}$; в) $\log_4 (-2)^3$

7) Вычислите: $2^{3 \log_2 5}$

8) Вычислите: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$

9) Изобразите схематично график $y = \sqrt{x}$

10) Если $3^x = 9$, то $x = \dots$

11) $a^n \cdot a^m = \dots$

12) Вычислите: $5^{\log_5 2} = \dots$

13) $\text{Lg} 100 = \dots$

14) Вычислите: $(81)^{-\frac{1}{2}}$

15) Вычислите: $\log_6 12 + \log_6 3$

**ТЕСТ ПО ТЕМЕ: «ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ. СЛОЖЕНИЕ И
ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ.
УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО»**

Вариант №1

1. Какое утверждение неверное?

- 1) Любые два противоположно направленных вектора коллинеарны.
- 2) Любые два коллинеарных вектора сонаправлены.
- 3) Любые два равных вектора коллинеарны.

2. Даны точки A, B, C, D, K . Известно, что $\vec{BC} = k \cdot \vec{DK}$, $\vec{AC} = z \cdot \vec{CD}$,
 $\vec{AK} = x \cdot \vec{AB} + y \cdot \vec{AC}$.

Тогда верно, что...

- 1) Точки A, B, C, D лежат в одной плоскости;
- 2) прямые BC и DK параллельны;
- 3) точки A, C и D не лежат на одной прямой.

3. Какое утверждение неверное?

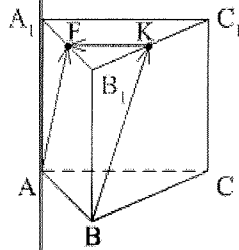
- 1) Длины противоположных векторов не могут быть неравны.
- 2) Если длины векторов неравны, то и векторы неравны.
- 3) Если длины векторов равны, то и векторы равны.

4. $\vec{AB} = k \cdot \vec{CD}$, причём точки A, B и C не лежат на одной прямой. Прямые AC и BD не могут быть...

- 1) параллельными;
- 2) параллельными;
- 3) скрещивающимися.

5. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $A_1F = FB_1$, $B_1K = KC_1$.

Какое утверждение **неверное**?



1) $\vec{KF} = -\frac{1}{2}\vec{AC}$.

2) $|\vec{AF}| = |\vec{BK}|$.

3) $\vec{AF} = \vec{BK}$.

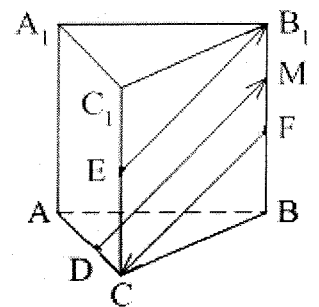
6. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $CE = EC_1$, $BF = FB_1$, $FM = MB_1$, $AD : DC = 3 : 1$.

Какое утверждение **верное**?

1) $\vec{DM} \uparrow \vec{EB_1}$.

2) $\vec{FC} \uparrow \vec{DM}$.

3) $\vec{DM} \uparrow \vec{FC}$.

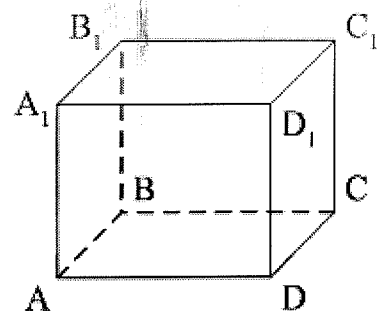


7. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед. $\vec{AD} = \dots$

1) $\vec{BB_1} + \vec{DC_1}$;

2) $\vec{D_1C_1} - \vec{DC_1} - \vec{D_1A_1} + \vec{BB_1}$;

3) $\vec{AB_1} - \vec{BC} + \vec{BA} - \vec{CC_1}$.

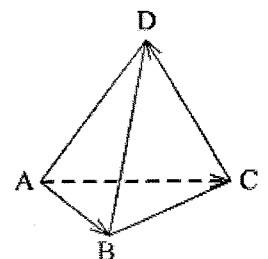


8. Векторы $\vec{AC_1} - \vec{AC} - \vec{A_1C_1}$ и $\vec{A_1A} - \vec{CB} + \vec{AB}$ **являются...**

1) равными;

2) противоположными;

3) сонаправленными.



9. $DABC$ – тетраэдр. $\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{x} - \vec{CD}$.

Тогда $\vec{x} = \dots$

1) \vec{DA} ;

2) \vec{BC} ;

3) \vec{DB} .

Уровень В

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед.

Тогда $\vec{AC} + \vec{BB_1} + \vec{BA} + \vec{D_1 B} + \vec{B_1 D_1} + \vec{DC} = \dots$

ВАРИАНТ 2

1. Какое утверждение верное?

- 1) Любые два сонаправленных вектора коллинеарны.
- 2) Любые два коллинеарных вектора противоположно направлены.
- 3) Любые два коллинеарных вектора равны.

2. Какое утверждение верное?

1) Если $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$, $\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{c}$, то $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{c}$.

2) Если $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{c}$, то $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{c}$.

3) Существуют векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} такие, что \vec{a} и \vec{c} не коллинеарны, \vec{b} и \vec{c} не коллинеарны, а \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.

3. Какое утверждение неверное?

1) Если длины векторов равны, то и векторы равны.

2) Если векторы равны, то их длины равны.

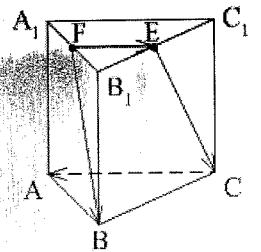
3) Длины противоположных векторов равны.

4. $\vec{AB} = k \cdot \vec{CD}$, причём точки A, B и C не лежат на одной прямой. Прямые AC и BD являются параллельными, если...

1) $k = 1$;

2) $k = -1$;

3) $k = 5$.



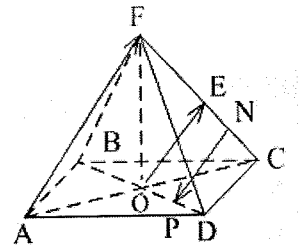
5. $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма. $A_1F = FB_1, B_1E = EC_1$. Какое утверждение неверное?

1) $\vec{FE} = \frac{1}{2} \vec{CA}$.

2) $|\vec{FB}| = |\vec{EC}|$.

3) $\vec{FE} \parallel \vec{AC}$.

6. $FABCD$ – правильная пирамида. $AC \cap BD = O, FE = EC, EN = NC, OP = PD$. Какое утверждение верное?



1) $\vec{AF} \uparrow \vec{OE}$.

2) $\vec{OB} \uparrow \vec{ND}$.

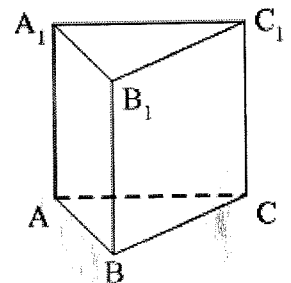
3) $\vec{NP} \uparrow \vec{AF}$.

7. $ABCA_1B_1C_1$ – призма. $\vec{CA} = \dots$

1) $\vec{AA}_1 + \vec{AB} + \vec{B_1C_1}$;

2) $\vec{AA}_1 - \vec{AB} - \vec{BC_1}$;

3) $\vec{AA}_1 - \vec{CA} + \vec{BB_1}$.



8. Векторы $-\vec{MN} + \vec{MK} - \vec{AK}$ и $\vec{DC} - \vec{DA} - \vec{NC}$ являются...

1) противоположными;

2) равными;

3) сонаправленными.

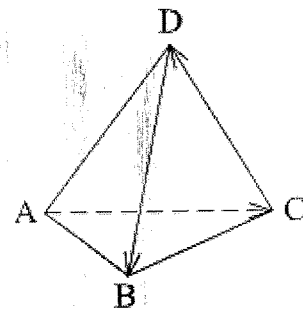
9. $DABC$ – тетраэдр.

$$\vec{CD} = \vec{x} - \vec{DB} - \vec{AC} \dots$$

1) \vec{BA} ;

2) \vec{AB} ;

3) \vec{BC} .



Уровень В

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед.

Тогда $\vec{B_1 D_1} + \vec{C_1 C} + \vec{C_1 B} + \vec{A C_1} + \vec{C A} + \vec{A_1 D_1} =$

«Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение векторов на число».

№ п/п вариант	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	B1
1	2	1	3	3	3	3	2	2	3	\vec{AC}
2	1	2	1	1	3	1	2	1	2	$\vec{B_1 D}$

Тема: «Векторы и координаты в пространстве»

1. Какое из следующих утверждений **неверно**?

а) длиной нулевого вектора \vec{AB} называется длина отрезка AB ;

б) любая точка пространства рассматривается как нулевой вектор;

г) для любых векторов a и b выполняется равенство $a + (-b) = a - b$;

д) векторы называются равными, если они сонаправлены и равны их длины.

2. Упростите выражение: $\vec{B}_1\vec{B} + \vec{B}_1\vec{C}_1 + \vec{B}_1\vec{A}_1 + \vec{DC}$, если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - параллелепипед.

а) $\vec{B}_1\vec{A}_1$; б) 0; в) \vec{CC}_1 ; г) \vec{CA} ; д) $\vec{B}_1\vec{C}$.

3. Какие из следующих утверждений **верны**?

а) любые два вектора компланарны.

б) если векторы a и b коллинеарны и $a \neq 0$, то существует такое число k , что $b = ka$;

в) векторы называются равными, если они сонаправлены;

г) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены;

4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между \vec{CB}_1 и \vec{BA}_1

а) 45° ; б) 30° ; в) 100° ; г) 90° ; д) 60° .

5. Какие из следующих утверждений **неверны**?

а) три вектора будут компланарными, если один из них нулевой;

б) если векторы a , b и c компланарны, то вектор d можно разложить по векторам a , b и c

т.е. представить в виде $d = xa + yb + zc$, где x, y, z - некоторые числа;

в) для сложения трёх компланарных векторов используют правило параллелограмма;

г) любые два вектора коллинеарны.

6. Диагонали куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ пересекаются в точке O . Найдите число μ из равенства $\vec{C}_1 O = \mu \vec{AC}_1$.

а) известно, что $2 \vec{AC} = -\vec{AB} - \vec{AD}$, тогда векторы \vec{AB}, \vec{AD} являются:

а) компланарными; б) некопланарными; в) коллинеарными; г) сонаправлены;
д) нулевые.

8. Даны параллелограммы $ABCD$ и $AB_1 C_1 D_1$. Тогда векторы $\vec{B}_1\vec{B}, \vec{C}_1\vec{C}, \vec{D}_1\vec{D}$:

а) нулевые; б) равные; в) компланарные; г) некопланарные;

д) противоположные.

9. Найдите соответствие, если если $A(x, y, z)$, а $B(x_1; y_1, z_1)$

1. площадь ортогональной проекции многоугольника	А) $\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}$
2. координаты середины отрезка	Б) $(\frac{x+x_1}{2}, \frac{y+y_1}{2}, \frac{z+z_1}{2})$
3. Скалярное произведение векторов	В) $S_{\phi} \cdot \cos \alpha$
4. ортогональная величина вектора BA	Г) $xx_1 + yy_1 + zz_1$

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку В и перпендикулярной прямой ВС, если $B(-1, -2, 2)$, $C(7, 0, -9)$.

11. Площадь ортогональной проекции параллелограмма равна 7. Найдите площадь самого параллелограмма, если угол между плоскостями данных многоугольников равен 60° .

Критерии отметки: за каждый правильный ответ даётся по 1 баллу; максимальное количество баллов 11.

11 баллов – «5»;

9-10 баллов – «4»;

6-8 баллов – «3»;

менее 6 баллов – «2».

Ответы

№	1 вариант	2 вариант
1	Г	А
2	Б	Д
3	ВГ	А Б
4	Г	Д
5	А Б	Г В
6	2	-1/2
7	В	В
8	Б	Б
9	1-в, 2-г, 3-а, 4-б	1-в, 2-б, 3-г, 4-а
10	$-2x - y - 3z + 3 = 0$	$8x + 2y - 11z + 34 = 0$
11	$4\sqrt{2}$	14

Контрольные работы

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $\frac{16}{3,2 \cdot 2}$
2. Найдите значение выражения: $\sqrt{18 \cdot 72} \cdot \sqrt{30}$
3. Вычислите $\frac{8^{-5} \cdot 8^{-5}}{8^{-8}}$
4. На координатной прямой отмечено число a .



Укажите верное утверждение: 1) $4 - a > 0$

2) $6 - a < 0$

3) $a - 6 < 0$

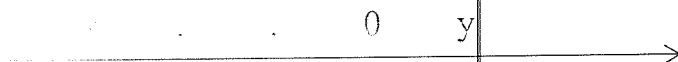
4) $a - 7 > 0$

5. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$$

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $\frac{1,8 \cdot 0,5}{0,6}$
2. Найдите значение выражения: $(\sqrt{86} + 4)^2$
3. Вычислите $6^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot (0,25)^{\frac{1}{4}}$
4. На координатной прямой отмечено числа x и y .



Укажите неверное утверждение: 1) $x \cdot y < 0$

2) $x^2 \cdot y > 0$

3) $x + y < 0$

4) $x - y > 0$

8. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_3

Ответы

Вариант 1		Вариант 2	
Задание 1	2,5	Задание 1	1,5
Задание 2	$36\sqrt{30}$	Задание 2	$102+8\sqrt{86}$
Задание 3	1/64	Задание 3	3
Задание 4	2	Задание 4	4
Задание 5	3/8	Задание 5	$-57\frac{1}{6}$

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $(-1)^4 - (-1)^5$
2. Решите уравнение $\sqrt{11 + 3x} = 4$
3. Решите неравенство $x^2 - 4x + 3 \geq 0$
4. Решите неравенство $\sqrt{x - 3} < 2$
5. Постройте график функции $y = 1/x^2$

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $80 + 0,4 * (-10)^3$
2. Решите уравнение $\sqrt{2x - 7} = 3$
3. Решите неравенство $x^2 - 4x < 0$
4. Решите неравенство $\sqrt{2x + 1} > 5$
5. Постройте график функции $y = 1/x$

Ответы

Вариант 1		Вариант 2	
Задание 1	2	Задание 1	-320
Задание 2	$x = 1\frac{2}{3}$	Задание 2	$x = 8$
Задание 3	$x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$	Задание 3	$x \in (0; 4)$
Задание 4	$x \in [3; 7)$	Задание 4	$x \in (12; +\infty)$
Задание 5		Задание 5	

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Решите уравнение $2^{x+4} - 2^x = 120$
2. Укажите все целые решения неравенства: $1/27 \leq 3^{2-x} < 27$
3. Вычислите $((\sqrt{2})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$
4. Решите неравенство: $(1/4)^x < 2$

Вариант 2

1. Решите уравнение $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$
2. Укажите все целые решения неравенства: $0,2 \leq 5^{x+4} \leq 125$
3. Вычислите $3^{1-2\sqrt{3}} \cdot 9^{1+\sqrt{3}}$
4. Решите неравенство: $(1/3)^{x-1} \leq 1/9$

Ответы

Вариант 1		Вариант 2	
Задание 1	3	Задание 1	-1
Задание 2	0,1,2,3,4,5	Задание 2	-5,-4,-3,-2,-1
Задание 3	2	Задание 3	27
Задание 4	$x \in (-\frac{1}{2}; +\infty)$	Задание 4	$x \in [3; +\infty)$

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Найдите значение выражения

$$\log_3 354 - \log_3 13;$$

$$11^{-2 \log_{11} 2}.$$

2. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{2}x - 3 \right) = -1$

Решите неравенство

$$\log_{0,5} x \leq 0;$$

$$\log_2(x - 3) < 1$$

Вариант 2

1. Найдите значение выражения

$$\log_6 2 + \log_2 18;$$

$$5 \log_2 3.$$

2. Найдите корень уравнения $\lg(25x + 60) = 2$

3. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(7x - 1) > 0;$$

$$\log_{11}(3x - 1) > 1$$

Ответы

Вариант 1		Вариант 2	
Задание 1	3; 0,25	Задание 1	96
Задание 2	14	Задание 2	1,6
Задание 3	$x \in [1; +\infty);$ $x \in (3; 5);$	Задание 3	$x \in (\frac{1}{7}; \frac{2}{7});$ $x \in (4; +\infty)$

Контрольная работа №5

Вариант 1

1. Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m — в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

3. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M , N и K , являющиеся серединами рёбер AB , BC и DD_1 .

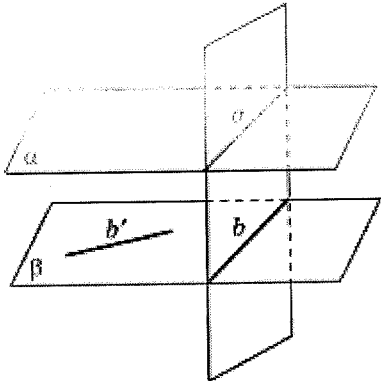
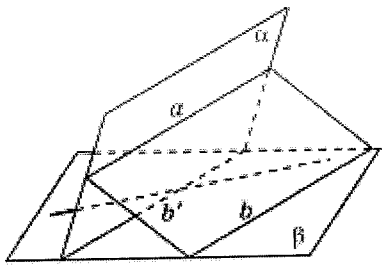
Вариант 2

Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m — в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

3. Через вершину тетраэдра $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами рёбер DC и BC , и точку K , такую, что K принадлежит DA , $AK : KD = 1 : 3$.

Ответы

	Вариант 1		Вариант 2
Задание 1		Задание 1	
Задание 2	16	Задание 2	9
Задание 3	Сечение — пятиугольник	Задание 3	Сечение — трапеция

Контрольная работа №6

Вариант 1

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите: а) ребро куба;
б) косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.
2. Сторона AB ромба $ABCD$ равна a , один из углов ромба равен 60° . Через сторону AB проведена плоскость α на расстоянии $a/2$ от точки D .
- а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM$, M принадлежит α .
в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α .

Вариант 2

1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как $1 : 1 : 2$.
Найдите: а) измерения параллелепипеда;
б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
2. Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $a/2$ от точки B .
- а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $BADM$, M принадлежит α .
в) Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α .

ОТВЕТЫ

Вариант 1		Вариант 2	
Задание 1	а) $2\sqrt{3}$; б) $\frac{\sqrt{6}}{3}$	Задание 1	а) 2 см, 2 см, 4 см; б) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
Задание 2	а) $\frac{a}{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{3}}$	Задание 2	а) $\frac{a}{2}$; в) 30°

Контрольная работа №7

Вариант 1

- Найдите значение выражения $5\text{tg}45^\circ - \sqrt{3}\text{ctg}60^\circ + 4\sin30^\circ$
- Вычислите значение выражения $\frac{8}{\sqrt{3}}\cos\frac{\pi}{6} - 7\sin\pi + \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4} + 2\text{ctg}\frac{3\pi}{4}$
- Найдите значение выражения $8\sqrt{2}(\cos^2x - \sin^2x)$ при $x = \frac{\pi}{8}$
- Вычислите значение выражения $13\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$
- Известно, что $\text{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -3$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Найдите $\cos\alpha$.

Вариант 2

- Найдите значение выражения $5\text{ctg}45^\circ - \sqrt{3}\text{tg}60^\circ + 8\sin30^\circ$
- Вычислите значение выражения $\frac{10}{\sqrt{3}}\sin\frac{\pi}{3} + 8\cos\frac{\pi}{2} + 3\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} + 5\text{ctg}\frac{3\pi}{4}$
- Найдите значение выражения $8\sqrt{3}(\sin^2x - \cos^2x)$ при $x = \frac{\pi}{12}$
- Вычислите значение выражения $26\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin\alpha = -\frac{15}{13}$, $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$
- Известно, что $\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -2$, $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Найдите $\sin\alpha$.

Ответы

Вариант 1		Вариант 2	
Задание 1	4	Задание 1	4
Задание 2	3	Задание 2	3
Задание 3	8	Задание 3	-12
Задание 4	-5	Задание 4	-24
Задание 5	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	Задание 5	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$

Контрольная работа №8

Вариант 1

1. Решите уравнение $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$
2. Найдите корни уравнения $12\sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0$
3. Решите уравнение $6\sin^2 x - 5\cos x - 5 = 0$
4. Найдите решение неравенства $\sin x + \cos x > 0$

Вариант 2

1. Решите уравнение $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$
2. Найдите корни уравнения $4\sin 2x + 7(\sin x - \cos x) - 2 = 0$
3. Решите уравнение $6\cos^2 x - 13\sin x - 13 = 0$
4. Найдите решение неравенства $\sin x - \cos x < 0$

Ответы

		Вариант 2	
Задание 1	$\frac{\pi}{6} + (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	Задание 1	$-\frac{\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Задание 2	$-\frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \arcsin \frac{3\sqrt{2}}{8} + \pi n;$	Задание 2	$\frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{8} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$
	$-\frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$		

Задание 3	$\pi + 2\pi n; \mp \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	Задание 3	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
Задание 4	$\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$	Задание 4	$\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

Контрольная работа №9

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения $4\sin \frac{\pi}{6} + 3\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + 2\cos \frac{\pi}{3}$
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = 2\sin x - \cos^2 x + 1$
3. Решите уравнение $\cos\left(5x - \frac{\pi}{8}\right) = 1$
4. Постройте график функции $y = 3\sin x$

Вариант

1. Вычислите значение выражения $2\sin \frac{\pi}{6} + 5\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 6\cos \frac{\pi}{3}$
2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = 2\sin^2 x + 3\cos x - 1$
3. Решите уравнение $\sin\left(7x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$
4. Постройте график функции $y = 4\cos x$

Ответы

Вариант 1		Вариант 2	
Задание 1	7	Задание 1	10
Задание 2	$y_{\min} = -2\frac{1}{3}$ $y_{\max} = 3$	Задание 2	$y_{\min} = -4$ $y_{\max} = 2\frac{1}{8}$

Задание 3	$\frac{\pi}{40} + \frac{2\pi n}{5}, n \in Z$	Задание 3	$\frac{\pi}{21} + \frac{2\pi n}{7}, n \in Z$
Задание 4	график	Задание 4	график

Контрольная работа №10 по теме

«Степенная, показательная и логарифмическая функции»

1 вариант

- Решите уравнение $\sqrt{x-3} = x-5$.
- Решите уравнение $\sqrt{x} + 3\sqrt[4]{x} - 10 = 0$.
- Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 3. \end{cases}$$
- Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3x} = 128$.
- Решите неравенство $3^{x+2} - 7 \cdot 3^x \leq 54$.
- Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 7^{x-y} = 49, \\ 5^{x \cdot y} = 125. \end{cases}$$
- Решите уравнение $\log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 3x) = -1$.
- Решите неравенство $\log_3(x+1) \leq \log_3(5-x)$.
- Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 3, \\ \log_6(x+4y) = 2. \end{cases}$$

2 вариант

- Решите уравнение $\sqrt{x+5} = x-1$.
- Решите уравнение $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 12 = 0$.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 3, \\ x - y = 15. \end{cases}$$

4. Решите уравнение
$$5^{2x+7} = \frac{1}{125}.$$

5. Решите неравенство
$$2^{x+3} - 5 \cdot 2^x \geq 48.$$

6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 6^{x+y} = 216, \\ 9^{x-y} = 81. \end{cases}$$

7. Решите уравнение
$$\log_3(x^2 + 8x) = 2.$$

8. Решите неравенство
$$\log_{\frac{1}{2}}(x+11) \leq \log_{\frac{1}{2}}(7-x).$$

9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_9 x - \log_9 y = 1, \\ \log_4(x+7y) = 3. \end{cases}$$

Контрольная работа № 11 по теме «Объёмы тел»

Вариант 1

1. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 1:2. Найдите объём цилиндра, если диагональ его осевого сечения равна $10\sqrt{2}$.

2. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $4\sqrt{3}$. Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол 60° .

3. Диаметр осевого сечения конуса равен 30, а площадь его основания равна 150π . Найдите объём конуса.

4. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 24.

Вариант 2

1. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 1:2. Найдите объём цилиндра, если диагональ его осевого сечения равна $14\sqrt{2}$.

2. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $6\sqrt{3}$. Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол 60° .

3. Площадь осевого сечения конуса равна 24, а площадь его основания равна 36π . Найдите объём конуса.

4. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 30.

Контрольная работа №12 по теме «Производная и её применение»

Вариант 1

1. Сколько целых чисел содержит область определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x-10}} ?$$

2. Найдите область значений функции $y = 5^{x-1} + 3$.

3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции

$$y = \cos 2x \quad \text{в точке } x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

4. Найдите значение производной функции $y = \sqrt{x} \cdot \ln x$

в точке $x_0 = 1$.

5. Найдите точку максимума функции $y = x^4 + \frac{8}{3}x^3 - 6x^2 - 3$.

6. Чрез два противоположных ребра куба проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$. Найдите диагональ куба.

7. Основание конуса – прямоугольный треугольник. Найдите площадь основания конуса, если его высота равна 4.

Вариант 2

1. Сколько целых чисел содержит область определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{9-x}} ?$$

2. Найдите область значений функции $y = \sqrt{x+1} - 5$.

3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции

$$y = \sin 2x \quad \text{в точке} \quad x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

4. Найдите значение производной функции $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = 1$.

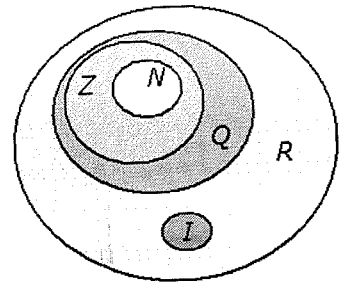
5. Найдите точку минимума функции $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2$.

6. Чрез два противоположных ребра куба проведено сечение, площадь которого равна $36\sqrt{2}$. Найдите диагональ куба.

7. Осевое сечение конуса – прямоугольный треугольник. Найдите площадь основания конуса, если его высота равна 3.

Задачи для устного и письменного опроса

Тема: «Свойства арифметических действий»



- 1) сложение и умножение
 - а) переместительное
 $a+b=b+a$ $ab=ba$
 - б) сочетательный:
 $(a+b)+c=a+(b+c)$
 - в) распределительный: $a(b+c)=ab+ac$
- 2) вычитание можно заменить сложением с противоположным числом:
 $a-b=a+(-b)$
- 3) деление можно заменить умножением на число, обратное делителю:
 $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$

Задачи

1. Требуется сложить много однозначных чисел. Как облегчить эту работу и быстрее получить правильный результат?
2. Проведите следующий эксперимент: откройте книгу на произвольной странице дальше 10-й и запишите число оставленное из двух соседних цифр номера страницы. Открывая книгу много раз (скажем 20) в два числа попеременно, то с правой, то с левой стороны книги, вы получите большой набор двузначных чисел. Попробуйте быстро найти их сумму.

3. На рисунке приведены любопытные записи сложения и умножения многозначных чисел.

Разберитесь в этих способах.

$$\begin{array}{r} \times 345 \\ 578 \\ \hline \end{array}$$

4. Искусственный спутник Земли

$$\begin{array}{r} 157740 \\ 4167 \\ \hline \end{array}$$

выскочит со

$$\begin{array}{r} 199410 \\ \hline \end{array}$$

скорости

14 км/ч. За какое время он пройдёт путь, равный 48000 км? 1440000 км?

$\begin{array}{r} \times 345 \\ 578 \\ \hline 40 \\ 32 \\ 35 \\ 24 \\ 28 \\ 25 \\ 21 \\ 20 \\ 15 \\ \hline 199410 \end{array}$	$\begin{array}{r} 34561 \\ 57892 \\ + 67234 \\ 35897 \\ 54376 \\ \hline 20 \\ 34 \\ 26 \\ 27 \\ 22 \\ \hline 249950 \end{array}$
--	--

5. Для охлаждения доменной печи через её стенки ежеминутно пропускается 26 кубометров воды. Сколько кубометров воды проходит через стенки доменной печи за одни сутки? За пять суток? За n суток?
6. Расход электроэнергии за сутки холодильника «ЗИЛ» равен 1,9 кВт*ч, а цветного телевизора «Темп» - 1 кВт*ч (из расчёта работы телевизора 4 часа в сутки). Сколько стоит электроэнергия, потреблённая обоими приборами за 30 дней, если 1 кВт*ч стоит 4 т?
7. При увеличении скорости движения автомобиля вдвое его тормозной путь уменьшается в 4 раза. При скорости 30 км/ч тормозной путь

«Занорожца» равен 7,2 м, а грузового автомобиля – 9,5 м. Найти тормозной путь этих автомобилей при скорости 60 км/ч.

8. Велосипедист едет со скоростью 12 км/ч. Ему нужно добраться до села, расположенного в 36 км от пункта отправления. Сколько ему потребуется времени, чтобы приехать в село, если он уже проехал 3 км?

Тема: «Процент. Пропорция. Расчёты при смешивании»

Древнеримская денежная система дробей основывалась на делении на 12 долей веса, поэтому называлась асса, двенадцатую долю асса называли унцией. Из-за того, что в двенадцатеричной системе нет дробей со знаменателям 10 или 100, римляне затруднялись делить на 10, 100 и т.д. При делении 1001 асса на 100 один римский математик сначала получил 10 ассов, потом раздробил асс на унции и т.д. Но от остатка он не избавился. Чтобы не иметь дела с такими вычислениями, римляне стали использовать проценты. Они брали с должника лихву (то есть деньги сверх того, что было дано в долг). При этом говорили: не «лихва составляет 16 сотых суммы долга», а «на каждые 100 ассов долга заплатишь 16 сестерциев лихвы». И сказано то же самое, и сейчас мы привыкли так говорить! Так как слова «на сто» звучали по латыни «про центум», то сотую часть и стали называть процентом. И хотя теперь дроби, а особенно десятичные дроби, известны всем, проценты всё-таки применяются и в финансовых расчётах, и в планировании, то есть в различных областях человеческой деятельности.

Процент есть сотая часть числа. $1\% = 0,001$

*С пропорциями имели дело уже древние строители. Правильное соотношение размеров возводимых ими дворцов и храмов придавало эти сооружения ту же основательную красоту, которая и сегодня восхищает нас. С помощью пропорций рисовали в Вавилоне планы городов. Когда учёные сравнивали результаты раскопок города Ниппура с его планом, найденным ранее, они поразились точности этого плана. Древнегреческие математики с большим мастерством работали с пропорциями. Из одной верной пропорции они умели получать великое множество других. Искусство преобразований пропорций заменяло им используемое современными математиками искусство преобразований громоздких выражений. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}; \frac{a}{c} = \frac{b}{d};$

$\frac{a-d}{a} = \frac{c-b}{c}; \frac{a+d}{d}; \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (при $a > b$); $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ и многие другие.

Пропорция- равенство двух отношений.

Задачи

1. За 1987 год выпуск предприятием продукции возрос на 4%, а на следующий год на- 8%. Найдите средний ежегодный прирост продукции за двухлетний период.
2. За предшествующий период цена на овощи возросла на 25%. На сколько процентов снизить цену весной, чтобы летом овощи имели прежнюю цену?
3. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащей 45% меди. Сколько чистого олова нужно добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся сплав содержал 40% меди? /1,5 кг олова.
4. Имеется два сплава состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй – 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором содержится 30% цинка. Определите сколько килограммов олова содержится в получившемся новом сплаве? /170кг
5. Для изготовления стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить 140 тонн стали с содержанием 30% никеля? /40 т и 100т
6. Смешали 10% и 25% растворы соли и получили 3 кг 20% раствора. Какое количество каждого раствора в килограммах было использовано?/ 1кг и 2 кг
7. 24 г одного металла в воде весят 21 г, а 14 г другого металла в воде весят 12 г. Сплав из этих металлов весом 100 г весит в воде 87 г. Сколько каждого металла содержится в сплаве?/ 72г 28 г.
8. При первой поездке автомобиль израсходовал 10% бензина, имеющегося в баке. При второй поездке на вторую поездку- 25 % остатка. После этого в баке осталось на 13 л меньше чем первоначально. Сколько литров бензина было в баке первоначально? /40 .

Тема: «Задачи приводящие к решению линейных уравнений»

Египтяне решали задачи способом «аха», а в Вавилоне задачи решались по сути дела с помощью уравнений, но без использования букв. Вместо букв брали числа, показывали на числах как решить задачу, а потом уже похожие задачи решали тем же способом. Многие уравнения умел решать шифранг из вавилонской (III в), который даже применял буквы для обозначения неизвестных. По настоящему метод уравнений сформировался в руках арабских учёных и первая книга о решении уравнений была написана Мухаммедом ибн Муса ал-Хорезми, называлась она «Краткая книга об исчислении ал-джабры и ал-мукабалы»

Ал-джабра

Член отрицательный
Член в одной,
Безразлично какой.
Встретится член отрицательный,
Мы к обеим частям,
С этим членом сличив,
Членом члену приравлим.
Члены в одном другом,-
И найдём результат нам
желательный.

Ал-мукабала

Далыше смотрим в уравнение,
Множимо члены да в уравнение,
Если члены в нём подобны,
Сопоставим их удобно,
Вычтя равный член из них,
К одному приводим их.

(См. также ал-джабра персидский
вариант)

«Если шофёру господина министра социального обеспечения сорок три месяца и двенадцать дней, а мост в городе Квибек в Канаде имеет длину 577 метров, то на скольких желтках нужно замесить лапшу, чтобы накормить четырёх человек различного возраста, если принять во внимание, что ширина полотна на железных дорогах Боснии 0,7м?»

(Сербский сатирик Бранислав Нушич «Автобиография»)

Задачи

1. На производство костюма было израсходовано 2,8 квадратных метра ткани. Площади ткани израсходованной на пиджак, брюки, жилетку, относятся как 7:5:2. Сколько ткани пошло на брюки?
2. Двое рабочих изготовили 657 деталей, причём первый изготовил на 63 детали больше второго. Сколько деталей изготовил каждый?
3. Папе и дедушке вместе 111 лет. Сколько лет каждому, если папа в два раза моложе дедушки?
4. Поезд был задержан в пути на 1 час. Увеличив скорость на 30 км/ч, он прибыл на конечную станцию точно по расписанию. Чему была равна скорость поезда до сотановки?
5. В трёх корзинах 54 кг яблок. В первой корзине на 12 кг яблок меньше, чем во второй, а в третьей - в два раза больше, чем в первой. Сколько килограммов яблок в каждой корзине?
6. Бригада должна была выполнить заказ за 10 дней. Ежедневно перевыполняя норму на 27 деталей, бригада за 7 дней работы не только выполнила задание, но еще и изготовила дополнительно 54 детали. Сколько деталей в день изготовляла бригада?
7. Лодка шла по течению реки 2,4 часа и против течения 3,2 часа. Путь, пройденный лодкой по течению, оказался на 13,2 км длиннее пути, пройденного против течения. Найти скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3,5 км/ч.
8. Из одного пункта в начале вышел пешеход, а через 1,5 часа, после его выхода в том же направлении выехал велосипедист. На каком расстоянии от пункта отправления велосипедист догнал пешехода, если пешеход шёл со скоростью 4,5 км/ч, а велосипедист ехал со скоростью 17 км/ч? (8,5 км/ч)
9. Один рабочий в день выпускал на 50 деталей меньше другого. Когда выработка первого повысилась на 1% в день, а второго - на 2%, они вместе выпускали в день 254 детали. Сколько деталей в день выпускал каждый рабочий? (100 и 150 деталей)

Тема: «Задачи приводящие к решению квадратных уравнений»

Квадратные уравнения имеют практическое значение и самые простые из них (поиск стороны квадрата по площади и т.д.) люди умели решать ещё в Древнем Египте - II тыс. до нашей эры. В Древнем Вавилоне грамотные люди умели решать довольно сложные уравнения, одна из их идей - известна нам как теорема Виета. Вавилоняне рассматривали уравнение вида $x^2 + px + q = 0$ как задачу на определение длины и ширины прямоугольника по его площади и полупериметру. Евклид (III до н.э.) решал квадратные уравнения геометрически. Этот способ несколько не легче того, которым пользовались вавилоняне. Значительно упростил решение уравнений аль-Хорезми. У него было несколько видов квадратных уравнений для решения каждого из них правило, которое точно соответствует нашим формулам, но изложено риторически. Например: «Что касается квадратов и корней, равных числу, то если например ты скажешь: квадрат и десять его корней, то это значит, что если добавить к некоторому квадрату то, что равно десяти корням, получится тридцать девять. Правило таково: раздвой число корней, получится в этой задаче пять, умножь это на равное ему, будет двадцать пять. Прибавь это к тридцати девяти, будет шестьдесят четыре. Извлеки из этого корень, будет восемь, и вычти из этого половину числа корней, т.е. пять, останется три: это и будет корень квадрата, который ты искал» Речь идет об уравнении $x^2 + 10x = 39$. Второй корень ученый не ищет, так как всячески избегает отрицательных чисел.

Задачи

1. Надо узнать, сколько времени будет падать камень, брошенный вертикально с крыши четырёхэтажного дома, т.е. приблизительно с высоты 12 м
2. Внук восьмиклассник возвращается из школы: - Дедушка, мы всем классом к Новому году обменяемся фотографиями. - Это хорошо. Память будет. Но это же сколько карточек надо? - А мы уже сосчитали. - Сколько? - Не знаю... - Подожди, не говори. Я сам сосчитаю. Так сколько карточек надо восьмикласснику? (20)
3. В море встретились два корабля. Один из них шёл в восточном направлении, другой - в северном. Скорость первого на 10 узлов больше скорости второго. Через два часа расстояние между ними оказалось равным 100 милям. Найдите скорость каждого корабля. (30 и 40 узлов)
4. Если в дне железной консервной банки пробить отверстие и налить в неё воды, то уровень воды будет убывать по квадратичному закону.

... по этому закону и определите, через какое время
... вся вода, если начальный уровень 15 см, через одну мин он
опустился до 10 см, ещё через минуту- до 6 см. (через 5 мин)

5. «Задача Бхаскары» Старинная задача.

На две партии разбившись,

Забавлялись обезьяны.

Часть восьмая их в квадрате

В роще весело резвилась.

... двенадцать

Воздух свежий оглашали.

Вместе сколько ты скажешь

Обезьян там было в роще?

6. Огородный участок, имеющий форму прямоугольника, одна сторона которого на 10 м больше другой, требуется обнести изгородью.

Определите длину изгороди, если известно, что площадь участка равна 1000 м^2 .

7. Тело брошено (вверх), из которой через t секунд окажется брошенное вертикально вверх тело, вычисляется по формуле $h = v_0 t - 5t^2$, где v_0 – начальная скорость (в м/с). В какой момент времени тело окажется на высоте 240 м, если за 2 сек оно поднялось вверх на 120 м?

8. От листа картона, имеющего форму квадрата, отрезали полосу шириной 3 см. Площадь оставшейся прямоугольной части листа равна 70 кв. см. Определите первоначальные размеры листа.

Тема: «Функции. Свойства функции»

Способы задания функций могут быть: формула, график, таблица. Задача на табличного задания функции обратимся к «Энциклопедии физико-математических наук». В ней указаны максимально допустимые значения тока для проводов в зависимости от сечения.

Сечения жилы, мм ²	0,75	1	1,5	2,5
максимально допустимый ток, ампер	13	15	20	27

Для того чтобы смонтировать проводку в доме этой таблицы достаточно. Ведь провода поступающие в продажу, согласно ГОСТу имеют лишь определённые стандартные сечения. Зрительное и наглядное представление этих данных даст график построенный на основе таблицы.

Задание

Постройте график функции, соедините точки плавной линией. Рассмотрите характерные особенности и поведение функции. Попробуйте объяснить причины тех ограничений для тока, которые обусловлены сечением применяемых проводов.

Сущность дела состоит в том, что провода нагреваются, когда по ним течёт ток. Нагрев прямо пропорционален квадрату тока и обратно пропорционален сечению провода. Предельно допустимый нагрев и определяет критическое отношение квадрата тока к сечению провода. Если ток в проводе, скажем в два раза, мы должны в четыре раза увеличить сечение проводов, чтобы избежать их перегрева. Увеличив ток в три раза - в девять раз увеличить сечение проводов.

Формульное задание интересующей нас функции - ток измеряется как корень квадратный из сечения проводов: $I = k\sqrt{s}$. Причём коэффициент пропорциональности k в этой формуле равен 16,3, если ток измеряется в амперах, а сечение жилы s - в квадратных миллиметрах.

Постройте график функции $y = 16,3\sqrt{x}$ и сравните полученный график с первоначальным. Какие преимущества даёт формульное задание функции? Есть ли необходимость в таком задании для домашнего мастера?

Тема: «Функции. Свойства функции»

Функция - это одно из основных математических и общенаучных понятий, выражающее зависимость между переменными величинами. Например, в геометрии математик или геодезист увидит зависимость площади y квадрата от величины x его стороны, а физик, авиаконструктор или кораблестроитель может усмотреть в нём зависимость силы y сопротивления воздуха или воды от скорости x движения. Математика же рассматривает зависимость $y = x^2$ и её свойства в отвлечённом виде. Она устанавливает,

... зависимости от расстояния $y=x^2$ увеличение x в 2 раза приводит к четырехкратному увеличению y . И где бы конкретно не появилась эта зависимость, сделанное абстрактное математическое заключение можно применять в конкретной ситуации к любым конкретным объектам.

После линейной функции квадратичная функция – простейшая и важная элементарная функция. Многие физические зависимости выражаются квадратичной функцией; например, камень, брошенный вверх со скоростью

v_0 находится в момент времени t на расстоянии $s(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0t$ (*) от земной

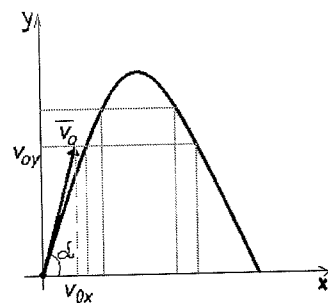
поверхности (гравитационные силы тяжести);

количество тепла Q , выделяемого при

прохождении тока в проводнике с

сопротивлением R , выражается через силу тока I

формулой $Q=RI^2$.



Пусть из некоторой точки с начальной скоростью

v_0 , направленной под углом α к горизонту,

брошено тело. Тогда проекции начальной скорости v_0 на оси X и Y равны

соответственно $v_0 \sin \alpha$ и $v_0 \cos \alpha$, где v_0 – модуль вектора начальной скорости.

Если пренебречь сопротивлением воздуха, действует только сила тяжести, направленная по вертикали

вниз, то с течением времени координата x изменяется как при

прямолинейном равномерном движении $x = v_0 t$, а координата y по закону (*)

Задачи

1. По какой траектории движется тело, брошенное под углом к горизонту, если не брать во внимание силу сопротивления воздуха?
2. Высота воды в сосуде с отверстием в дне убывает по квадратичному закону: $H = 0,5t^2 - 5,5t + 1,5$, где t – время в минутах, H – высота в сантиметрах. Постройте график этой функции. Определите по графику, сколько времени вода будет стекать до 10,5, 2,0 см.
3. Цена бриллианта пропорциональна квадрату его массы. Если бриллиант разбить на две части, то в каком случае общая цена двух частей будет наименьшей?
4. Испытывая судно получили следующую таблицу зависимости между скоростью v (узлов) и мощностью N (лошадиных сил):

N	300	780	1420
v	5	7	9

Предполагая, что зависимость между H и v есть квадратичная функция, найти мощность судна при скорости 6 узлов.

5. Снаряд вылетел из пушки под углом α к горизонту с начальной скоростью \overline{v}_0 . Найдите : а) время полёта снаряда; б) максимальную высоту подъёма; в) дальность полёта снаряда.
6. Снаряд вылетел под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Найдите высоту подъёма, а также время и дальность полёта .
7. Пуля вылетает в горизонтальном направлении и летит со средней скоростью 800 м/с. На сколько снизится пуля в отвесном направлении во время полёта, если расстояние до цели равно 600 м? $\approx 2,8$ м.

Тема: «Гармонические колебания»

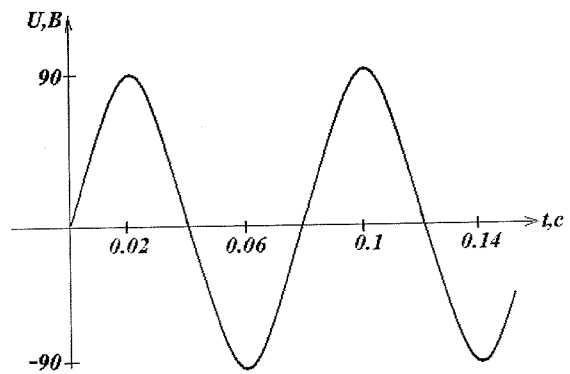
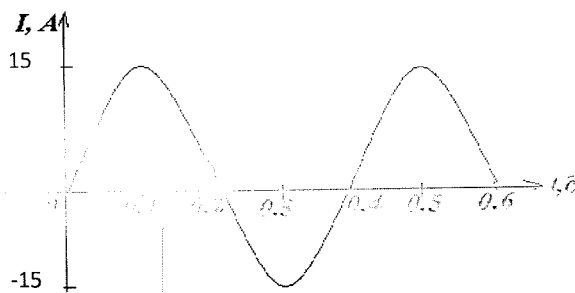
Величины, меняющиеся согласно закону $f(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$ или $f(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$ играют важную роль в физике.

Координата шарика, подвешенного на пружине, по такому закону меняется координата шарика, подвешенного на пружине, по такому закону меняется величина I переменного тока в цепи, питаемой от сети, которым питаются городские осветительные сети.

При этом говорят, что совершается **гармоническое колебание**. Параметры A , ω , φ полностью определяющие колебание имеют специальные названия: A - амплитуда колебания, ω - циклическая (или круговая) частота колебания, φ -начальная фаза колебания, период функций $f(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$ или $f(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$ называют периодом гармонического колебания $T=2\pi/\omega$.

Задачи

1. Частота гармонических колебаний силы тока в ваших осветительных лампах? (50 Герц)
2. В какой ближайший момент времени $t(t>0)$, считая от начала движения смещение точки, совершающей гармонические колебания по закону $x(t) = 5 \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$:
 - a. Максимально;
 - b. Равно 2,5;
 - c. Равно 0;
 - d. Равно -5?
3. По графику, изображенному на рисунке, определите амплитуду силы тока (или напряжения) от времени, период колебания . Запишите закон изменения силы тока (или напряжения) от времени.



4. Координата движущегося тела (измерения в сантиметрах) изменяется по указанному закону. Найдите амплитуду, период, частоту колебания. Вычислите координату тела в момент времени t_1 , если:

a. $x(t) = 3.5 \cos 4\pi t$, $t_1 = 1/12$ с.

b. $x(t) = 5 \cos (3\pi t + \frac{\pi}{6})$, $t_1 = 4.5$ с

Вычислите амплитуду, период, частоту силы тока, если она изменяется по закону (сила тока измерена в амперах, время – в секундах):

a. $I(t) = 0.25 \sin 50\pi t$

b. $I(t) = 5 \sin 20\pi t$

Тема: «Равномерное и переменное движение. Средняя скорость Движения. Мгновенная скорость. Понятие о производной».

К дифференцированию прибегают всякий раз когда встает вопрос о скорости изменения какой-либо функции по мере изменения аргумента, когда эта скорость оказывается непостоянной, а определять её требуется только в каждом конкретном изменении значения аргумента.

Заряд батареи, питающий электрическую сеть, убывает со временем. Скорость убывания есть ток. Он может оказаться различным в разные моменты времени и поэтому должен определяться как производная заряда по времени.

Тепло, содержащееся в нагреваемом теле, нарастает с ростом температуры. Интенсивность нарастания есть теплоёмкость – своя для каждой температуры. Теплоёмкость есть производная количества тепла по температуре.

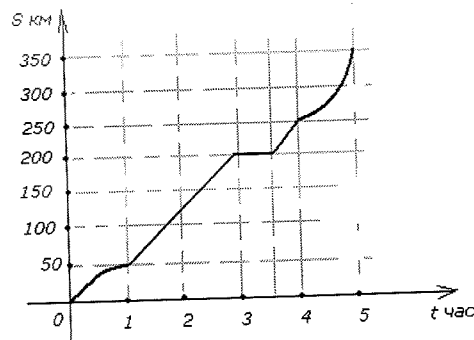
Путь, проходимый телом при равномерном движении по прямой в единицу времени, называют скоростью этого движения. Средней скоростью движения v за время t называют отношение длины s пути, пройденного телом за время t , к этому времени. Для равномерного движения скорость на любом участке совпадает со средней скоростью движения, совсем другая ситуация

при неравномерном движении. Средней скоростью обычно характеризуют движение поездов, но это вовсе не означает, что за каждый час времени поезд проходит v км.

Мгновенной скоростью движения в момент времени t называется предел средней скорости движения за время от t до $t+\tau$, когда τ стремится к нулю.

Задача

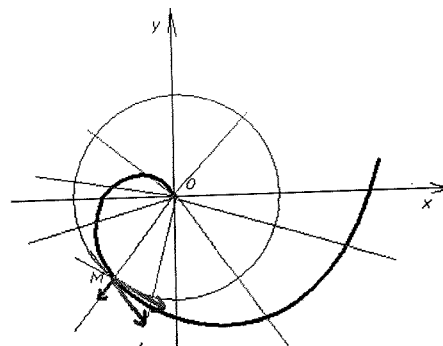
1. На рисунке представлен график движения поезда. На каких участках поезд шёл равномерно и на каких неравномерно? Когда он делал остановку и на сколько минут? Найдите среднюю скорость поезда за первые 4 часа.



2. В интервале времени $(0, t_1)$ поезд шёл со скоростью v_1 км/ч, а в интервале времени (t_1, t_2) со скоростью v_2 км/ч, в интервале времени (t_2, t_3) v_3 км/ч, и т.д. наконец в интервале времени $(t_{n-1}, t_n) - v_n$ км/ч. Чему равна средняя скорость движения поезда в интервале $(0, t_n)$?
3. Найти мгновенную скорость движения точки, движущейся по закону $s(t)=t^3$ (s - путь в метрах, t - время в минутах): 1) в начальный момент времени; 2) через 10 сек после начала движения; 3) в момент времени $t=5$ мин.
4. При нагревании тела его температура T изменяется с течением времени t по закону $T=0,4t^2$ (температура в градусах, время в секундах). Найти: 1) среднюю скорость изменения температуры за промежуток времени от $t_1=4$ сек до $t_2=8$ сек; 2) мгновенную скорость изменения температуры в момент времени $t=5$ сек.
5. Ток I ампер изменяется с течением времени по закону $I=0,5t^2$, где t - число секунд. Найти скорость изменения тока в конце пятой секунды.

Тема: «Касательная к кривой.»

Проведение касательных тесно связано с вычислением скоростей. Когда точка движется по кривой линии, вектор скорости в каждый момент времени направлен по касательной, а его длина равна длине дуги, пройденной движущейся точки. Первый принцип касательных придумал Декарт. Он рассматривал касательную как секущую, у которой обе точки



пересечения с кривой слились в одну. А так как отыскание точек пересечения Декарт сводил к решению алгебраических уравнений, то ему достаточно было ответить на вопрос, при каких условиях корни алгебраического уравнения сливаются. Таким образом он научился проводить касательные к алгебраическим кривым... Метод Декарта нельзя было применять к трансцендентным кривым, но большинство известных в то время трансцендентных кривых возникало как траектории движения движущихся точек. Поэтому для отыскания касательных и скоростей использовали кинематические соображения. Если движение точки можно разложить на два движения, то достаточно найти её мгновенные скорости в каждом из составляющих движений, а потом сложить их по правилу параллелограмма. Например, чтобы провести касательную к архимедовой спирали в некоторой точке M , достаточно провести через эту точку окружность и луч и отложить на окружности и на луче векторы, длины которых равны длине окружности и радиуса окружности, деленного на число поступательных движений. Складывая получившиеся векторы, получаем вектор скорости точки, движущейся по спирали. Направление этого вектора указывает, куда направлена касательная, а его длина показывает, с какой скоростью точка движется по спирали.

Задачи

1. Что является касательной к прямой в произвольной её точке?
2. Известен график функции $y = |x|$. Проведите касательную в точке с абсциссой $x = 1$. Ответ: $y = 0; 1$?
3. Проводит ли касательная к графику функции $y = |\sin x|$ в точке $x = \pi$?
4. Хорошо известно как определяется угол между двумя прямыми, а как бы вы определили угол между двумя пересекающимися кривыми в точке их пересечения?
5. Под каким углом прямая $x=3$ пересекается с параболой $y=x^2$?
6. В каких точках прямая $y=x$ пересекается с параболой $y=x^2$? Какие углы образуются в результате пересечения?
7. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x)=2-x^2$ в точке с абсциссой $x=-3$. выполните рисунок

«Задачи на определение наибольшего и наименьшего значения функции»

Задачи, где требуется определить условия, при которых некоторая величина принимает наибольшее и наименьшее значение, принято называть задачами на «экстремум» (от латинского слова *extremum* - «крайний») или задачами «на максимум и минимум» (от латинских *maximum* и *minimum* - соответственно

«наибольшее» и «наименьшее»). Такие задачи часто встречаются в технике и в повседневной деятельности людей.

Как из круглого бревна выпилить прямоугольную балку с наименьшим количеством отходов? Каких размеров должен быть ящик, чтобы при заданном расходе материала его объём был наибольший? В каком месте следует построить мост через реку, чтобы дорога, проходящая через него и соединяющая два города была кратчайшей?

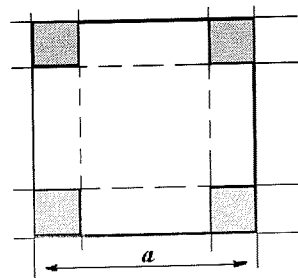
Эти задачи имеют большое практическое значение. С их помощью можно во всяком деле решить вопрос, как, по словам П.Л.Чебышева, «располагать средствами наилучшим для достижения по возможности большей выгоды»

Задача 1. Задача 1:

2. задача «переводится» на язык функций. Для этого выбирается удобный параметр x , через который интересующую нас величину выражают как функцию $f(x)$;
3. средствами анализа ищется наибольшее и наименьшее значение этой функции на некотором промежутке;
4. выясняется какой практический смысл (в терминах первоначальной задачи) имеет полученный (на языке функций) результат.

Задача 2:

1. Какой из всех прямоугольников заданного периметра имеет наибольшую площадь? (решение изложено в VI книге «Начала» Евклида)
2. Из квадратного листа жести со стороной a надо изготовить открытую сверху коробку, вырезав по углам (см рисунок) квадратики и загнув образовавшиеся кромки. Какой должна быть сторона основания коробки чтобы её объём был наибольшим?
3. Каким образом вырезать балку с прямоугольным сечением наибольшей площади. Найдите размеры сечения балки, если радиус сечения бревна равен $20\sqrt{2}$ см, $20\sqrt{2}$ см/
4. Буровая вышка расположена в поле в 9 км от ближайшей точки шоссе. С буровой надо направить курьера в населённый пункт, расположенный по шоссе в 15 км от упомянутой точки (считаем шоссе прямолинейным). Скорость курьера на велосипеде по полю 8 км/ч, а по шоссе 10 км/ч. К какой точке на шоссе надо ехать курьеру, чтобы в кратчайшее время достичь населенного пункта? /в точку, удалённую на



- 3 км от населённого пункта и на 12 км от точки шоссе, ближайшей к буровой вышке/
- Открытый бак имеющий форму параллелепипеда с квадратным основанием должен вмещать 13,5 л жидкости. При каких размерах бака на его изготовление потребуется наименьшее количество металла? / высота 1,5 дм, сторона основания 3 дм./
 - Лодка находится на озере на расстоянии 3 км от ближайшей точки А берега. Пассажир лодки желает достигнуть села В, находящегося на расстоянии 5 км от А (участок АВ берега считаем отрезком). Лодка движется со скоростью 4 км/ч, а пассажир, выйдя из лодки, может в час пройти 5 км. К какому пункту берега должна пристать лодка, чтобы пассажир достиг села в кратчайшее время? / к точке отрезка АВ, удалённой от А на расстоянии 1 км./
 - Прямоугольный участок земли площадью 4 га огораживается забором. Каковы должны быть размеры участка, чтобы периметр был наименьшим?

Тема: «Язык формул и расстояний»

Многие задачи алгебраическими и геометрическими задачами, между языком алгебры (языком формул) и языком геометрии (языком расстояний) существует неразрывная связь, ставшая со времён Декарта очевидной даже тем, кто не слишком искущён в математике. В самом деле, решение многих геометрических задач может быть сведено к решению систем алгебраических уравнений и требует применять соответствующий алгебраический инструментарий. Менее заметны геометрические идеи, лежащие в основе ряда алгебраических задач - на вычисление наибольших и наименьших значений некоторых выражений, решение уравнений и неравенств. Изучение языка формул и расстояний может быть разговорника:

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ЯЗЫК (язык формул)	ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ЯЗЫК (язык расстояний)
числа и буквы	расстояния до координатных осей
модуль разности двух чисел	расстояние между двумя точками координатной прямой
сумма квадратов двух чисел	квадрат расстояния между двумя точками координатной плоскости

Модуль разности двух чисел равен расстоянию между точками числовой (координатной) прямой. Так, $|a - b|$ есть расстояние между точками a и b числовой прямой

1. «Переведите» следующие предложения с геометрического языка на алгебраический.

ЯЗЫК РАССТОЯНИЙ	ЯЗЫК ФОРМУЛ
1. расстояние от точки t числовой оси до точки -22 меньше пяти	
2. сумма расстояний от точки x числовой оси до точек 3 и 5 равно 12 .	
3. расстояние от точки x числовой оси до точек $x-1$ и $x-16$ равно 15 .	
4. Расстояние от точки M прямой $y=3x-2$ до оси абсцисс в 5 раз больше расстояния до оси ординат	
5. Точка $M(a,b)$ принадлежит окружности с центром в начале координат и радиусом 3 .	
6. Сумма расстояний от точки $M(x,y)$ до точек $P(3,4)$ и $Q(5,6)$ равно 6 .	
7. Расстояние от точки $M(m,n)$ единичной окружности до точки $P(-4,1)$ равно 3 .	
8. Расстояние от точки $M(p,q)$ окружности с центром $A(-2,-4)$ и радиусом 2 до точки $P(a,b)$ окружности с тем же радиусом 6 равно 8 .	
9. Сумма расстояний от точки M прямой $y=2x-1$ до точек $A(2;1)$ и $B(-1;1)$ равно 5 .	
10. Расстояние от точки M прямой $y=x$ до точки P прямой $y=2x-3$ не меньше 9	

2. «Переведите» следующие предложения с алгебраического языка на геометрический.

ЯЗЫК ФОРМУЛ		ЯЗЫК РАССТОЯНИЙ
1. Решите уравнение $ x - 2 = 2 x + 3 $		
2. Имеет ли система одно решение?	$\begin{cases} p^2 + q^2 = 16 \\ r^2 + t^2 = 25 \\ (p-r)^2 + (q-t)^2 = 100 \end{cases}$ <p>хотя бы</p>	
3. Найдите наименьшее значение функции		
4. Найдите наименьшее значение функции		
5. Решите неравенство		
6. Решите уравнение		
7. Найдите все значения a , при каждом из которых решение.	$(m-3)^2 + (n-4)^2 = a^2$ <p>имеет единственное</p>	

3. Решите используя геометрический смысл модуля: 1) $|x - 1| = 5$; 2) $|3x + 2| = 4$; 3) $|x - 2| < 4$; 4) $|1 - x| + |2 - x| \geq 1$

Тема: «Простейшая геометрия на местности»

Для практических целей часто возникает необходимость производить геометрические построения на местности. Такие построения нужны при измерении расстояний, при прокладке дорог, при различных измерениях на местности. Но не следует думать, что ровная поверхность земли, а именно такой и будем считать во всех задачах настоящего параграфа, ничем, по существу, не отличается от работы циркулем и линейкой на обыкновенном листе бумаги. Но на самом деле, построения на местности имеют свою специфику, так как чертить на земле какие либо линии представляется весьма затруднительным. Поэтому, во-первых откажемся от проведения настоящих прямых на земле, будем эти прямые прокладывать, т.е. отмечать на них, например, колышками, достаточно густую сеть точек. Во-вторых, циркуля функционировать у нас не будет, всё, что остаётся от циркуля, - это способность откладывать от заданных (продолженных) конкретных расстояния,

которые должны быть заданы не численно, а с помощью двух точек, уже обозначенных на местности с помощью колышков где-то на местности. Решите данные задачи не пользуясь транспортиром.

Задачи

1. На местности колышками обозначены две удалённые друг от друга точки. Как проложить через них прямую, и в частности, как можно без транспортира определить и отложить колышки на прямой между данными точками?
2. На местности колышками обозначены две точки одной прямой и две точки другой прямой. Как найти точку пересечения этих прямых?
3. На местности обозначены точки А и В. Найдите точку С, симметричную точке А относительно точки В.
4. На местности обозначены три данные точки А, В и С, не лежащие на одной прямой. Через точку А проложите прямую, параллельную прямой ВС.
5. Найдите середину отрезка АВ, заданного на местности двумя точками А и В.
6. На местности заданы двумя точками А и В, требуется провести биссектрису угла А. Как это сделать, в котором находятся длины отрезков КД и МН, заданных на местности точками К, Д, М, Н.
7. На местности обозначены три точки А, М, Н, не лежащие на одной прямой. Проложите биссектрису угла МАН.
8. Проложите на местности какую-либо прямую, перпендикулярную прямой, проходящей через заданные точки А и В. Как проложить перпендикуляр к прямой АВ, проходящей через данную точку Н.
9. На местности обозначены точки А и В. Найдите точки С, Р и Е, для которых выполнены равенства $\angle BAC=45^\circ$, $\angle BAP=60^\circ$, $\angle BAE=30^\circ$.

14. 10. «Измерения расстояний в ограниченных условиях»

Для нахождения расстояний, высот, глубин или других размеров реальных объектов не всегда можно обойтись непосредственными измерениями - во многих случаях такие измерения сопряжены с определёнными трудностями, а то и вообще практически невозможны. Однако в своей деятельности человеку приходится порой задумываться над тем, как всё-таки можно определить поточнее интересующую его величину.

Вопросы, связанные с решением задач советуем побеспокоиться о том, чтобы измерения, которые мы здесь будем действительно осуществлять на практике и использовать минимум необходимых средств для построений и измерений, вычислений. Условие: основные измерительные приборы - шаг, пядь (размах

пальцев), сажень(размах рук), уровень глаз(расстояние от земли до глаз) и т.д. Не менее важно следить за тем чтобы ваш способ был надёжен, как можно более точен.

1. Как определить длину своего шага? Особенно если учесть, что при всём старании вы вряд ли сможете сделать один обычный шаг, так как для этого вам нужно оказаться в состоянии обычной ходьбы, и ещё, если учесть, что расстояние между двумя крайними точками ступней не равно длине шага, а превосходит её на длину ступни.
2. Измеряя какие-либо длины пальцами рук, лучше не отрывать их от поверхности, а приставлять один палец к другому, который затем снова вытягивать в заданном направлении. Найдите длину такого размаха
3. Вы стоите на равнине, недалеко от дерева в солнечный день, определить длину тени от дерева?
4. Как определить высоту дерева не прибегая к помощи теней, и не взбираясь на него?
5. Вам понадобилось измерить на местности расстояние между двумя объектами, разделёнными зданием или другим препятствием, не позволяющим произвести непосредственные измерения по прямой между этими объектами. Как, тем не менее, можно произвести указанное измерение?
6. Вы плывёте по озеру на лодке и хотите узнать его глубину. Нельзя ли измерить глубину для этой цели камышом торчащим из воды, не выходя из лодки?
7. Вы хотите измерить глубину находящегося перед вами котлована. Нельзя ли это сделать, не спуская с обрыва никаких верёвок?
8. Вы находитесь на одном берегу реки, а на другом, недоступном для вас берегу расположены два объекта. Как измерить расстояние между ними?
9. Вы находитесь на берегу реки и хотите измерить её ширину, не имея возможности перебраться на другой берег. Для этого вы отыскиваете глазами на противоположном берегу близко к воде какой-нибудь предмет, например А-камень, деревце, - и отмечаете на своём берегу точку В, от которой до точки А представляется собой, по вашему мнению, перпендикуляр. Как измерить длину отрезка АВ?

Тема: «Площади плоских фигур»

Площадью называется величина, характеризующая размер геометрической фигуры. Определение площадей геометрических фигур- одна из древнейших

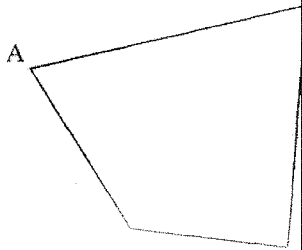
... к их решению был найден не сразу. Древние вавилоняне полагали, например, что площадь всякого четырёхугольника равна произведению полусумм противоположных сторон. Формула явно неверна, из неё вытекает, в частности, что площади всех ромбов с равными сторонами одинаковы. Но уже древние греки умели правильно находить площади многоугольников.

Методы нахождения площадей произвольных фигур даёт интегральное исчисление.

... для определения площади плоских фигур- планиметр.

Задачи

1. Как из куска материи треугольной формы вырезать прямоугольный кусок вдвое меньшей площади?
2. Земельный участок имеет форму квадрата, в вершинах которого растут деревья. Как, не изменяя его формы и не вырубая деревьев, увеличить площадь участка в два раза?
3. ... вам достался в наследство участок земли в форме квадрата. ... деревья, чтобы все братья получили одинаковое количество земли? Предложите разные решения.
4. Задача Герона. Участок заболоченной местности имеет форму выпуклого четырёхугольника. Как, не вступая в него, определить его площадь?
5. Задача Брахмагупты. Определите высоту свечи по длинам теней, отбрасываемых в двух различных положениях, и расстоянию между ...
6. ... участок земли. В каком месте этого участка следует построить автозаправочную станцию, чтобы сумма расстояний от неё до всех сторон была наименьшей?
7. Как через пункт А (см рис) провести прямую дорогу, делящую участок четырёхугольной формы на две равновеликие части?



При произвольном $n \geq 3$ рассматривают правильные n -угольники: у них все стороны и все углы (внутренние) равны. Правильный n -угольник можно получить, разделив окружность на n равных дуг и соединив соседние точки деления. Центр этой окружности называют центром правильного n -угольника; через него проходят n осей симметрии правильного n -угольника.

В древности правильные многоугольники считались символами красоты и гармонии. Построение таких фигур с помощью циркуля и линейки имеет давнюю историю. Древние греки умели строить правильный треугольник, квадрат, правильный пятиугольник и пятнадцатиугольник, а также все многоугольники, которые получаются из них удвоением числа сторон.

Простейшим примером использования правильных многоугольников служит паркет

Задача

1. Дан отрезок AB , длина которого равна 4 см. Постройте квадрат, сторона которого равна AB . Определите длину стороны квадрата, который может иметь сторона квадрата.
2. Сечение головки газового вентиля имеет форму правильного треугольника, сторона которого равна 3 см. Каким должен быть минимальный диаметр круглого железного стержня, из которого изготавливают стержень?
3. Постройте квадрат со стороной равной данному отрезку.
4. Как построить пятиконечную звезду?
5. В окружность вписан правильный многоугольник, постройте правильный многоугольник, у которого число сторон вдвое больше чем у данного многоугольника.

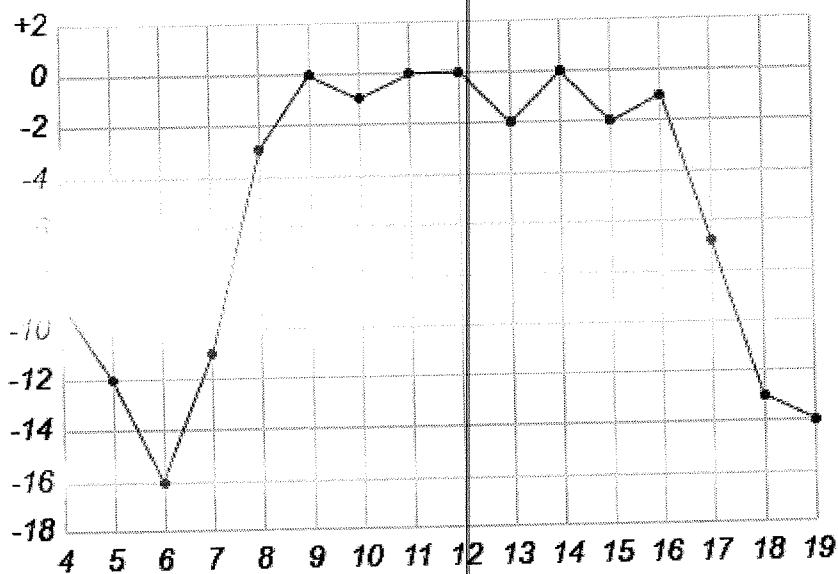
Задача. Постройте квадрат со стороной равной AB . Постройте правильный многоугольник, у которого число сторон вдвое больше чем у данного многоугольника.

Варианты экзаменационных работ

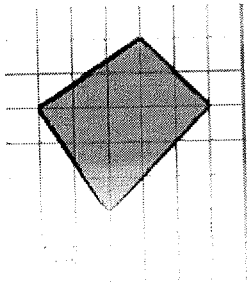
Вариант 1

Обязательная часть

1. (1 балл) В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 166 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?
2. (1 балл) (1 балл) На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Орле каждый день с 4 по 19 января 2012 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. (1 балл) На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см x 1 см изображен четырехугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



4. (1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = 4x - 2$

A(0; -2) B(-1;7) C(5;18) D(2;-2)

5. (1 балл) В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси.

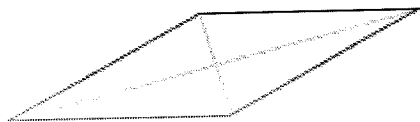
Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
1	200 руб.	Нет	12 руб.
2	Бесплатно	10 мин. 200 руб.	18 руб.
3	120 руб.	15 мин. 300 руб.	15 руб.

Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Нужно выбрать фирму, в которой поездка длительностью 60 минут будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

6. Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{6}}(4 - 2x) = -2$

7. Диагонали ромба равны 16 и 30. Найдите длину стороны ромба.

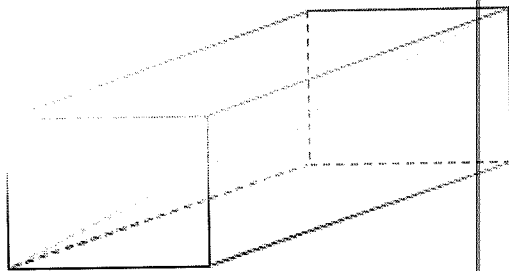


8. (1 балл) Выразите в градусной мере углы: $0,2\pi$; $4,1\pi$

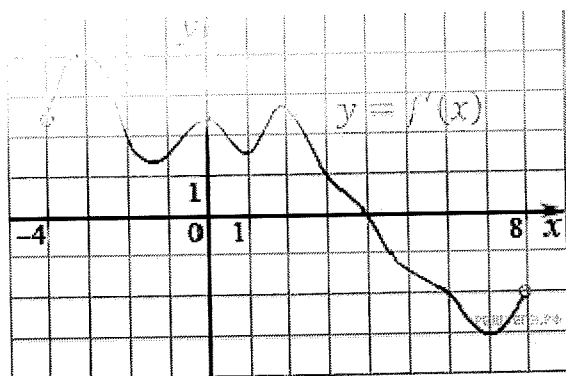
9. (1 балл) Найдите значение выражения: $\log_{11} 12,1 + \log_{11} 10$

10. (1 балл) Найдите корень уравнения $\sqrt{46 - 2x} = 4$.

11. (1 балл) Рёбра прямоугольного параллелепипеда равны 4, 7 и 4. Найдите диагональ.



12. (1 балл) На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 6]$.



13. (1 балл) В блюде 35 пирожков: 9 с мясом, 12 с яйцом и 14 с рыбой. Если другад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с рыбой.

14. (1 балл) Объем первого цилиндра равен 16 м^3 . У второго цилиндра высота в три раза меньше, а радиус основания — в два раза больше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

15.

(1 балл) Найдите производную функции $f(x) = 4x^5 - 3x^2$

16. (1 балл) Решите неравенство: $(x+5)(2x-3) \geq 0$

17. (1 балл) Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, имеют длины 1, 2 и 2. Найдите длину диагонали этого прямоугольного параллелепипеда.

18. (1 балл) В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 5, синус одного из острых углов равен $\frac{24}{25}$. Найдите прилежащий к этому углу катет.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. (3 балла) Найдите точку касания прямой $y=3x+8$ и графика функции $y=x^3+x^2-5x-4$. В ответе укажите абсциссу этой точки.

20. (3 балла) Теплоход плывет из города А в расположенный на расстоянии 384 км ниже по течению реки город В. Простояв 8 часов в городе В, он возвращается обратно. На весь путь теплоход затрачивает 48 часов.

Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

21. (3 балла) Найдите наибольшее значение функции $y=x^3-12x+7$ на отрезке $[-3;0]$.

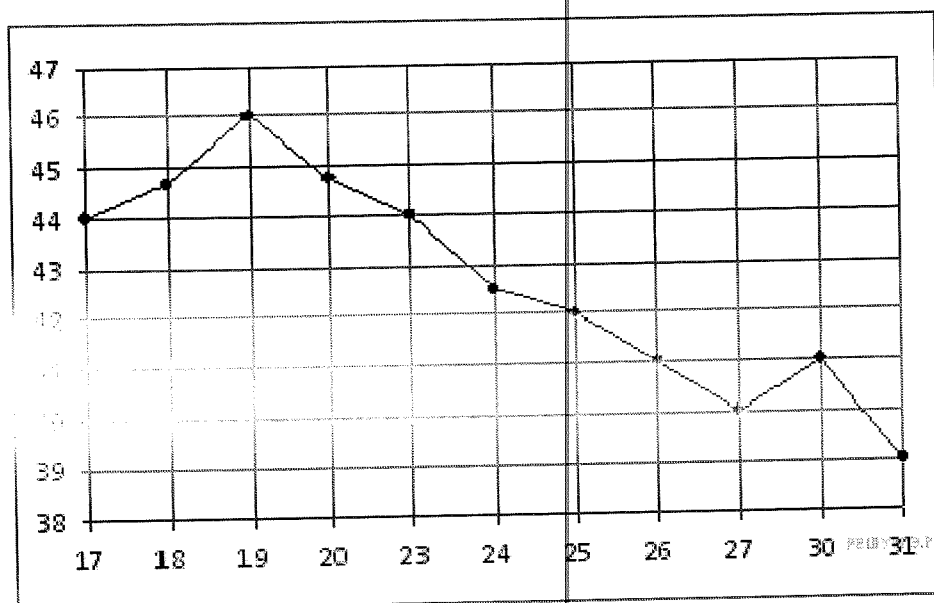
22. (3 балла) Решите уравнение $\sin 2x+2\cos 2x=1$.

Вариант 2

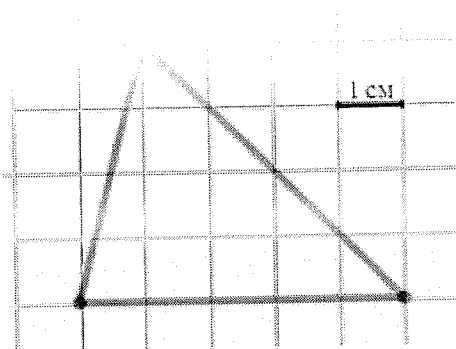
Сформировать интерес

1. (1 балл) Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 10%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

2. (1 балл) На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке обозначены жирными точками. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



3. (1 балл) На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см x 1 см изображен треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



4. (1 балл) Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции $y(x) = -3x + 4$

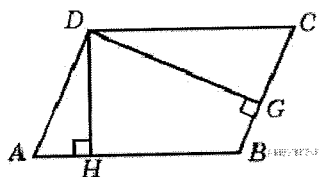
A(0; 5) B(-1; 7) C(2; 6) D(2; -2)

5. (1 балл) Вася опаздывает в гости к Тёме и выбирает такси одной из трёх фирм, чьи тарифы на услуги приведены в таблице ниже. Ехать от дома Васи до дома Тёмы 40 минут. Вася выбрал фирму, в которой заказ стоит дешевле всего.

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
«Беспечный ездок»	250 рублей	Нет	11 рублей
«Где-то рядом»	150 рублей	15 мин. – 225 руб.	12 рублей
«Иван Сусанин»	Бесплатно	20 мин. – 400 руб.	17 рублей

Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки. Сколько рублей заплатит Вася за эту поездку

6. (1 балл) Найдите корень уравнения $\log_2(15 + x) = \log_2 3$.



7. (1 балл) Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

8. (1 балл) Выразите в градусной мере углы: $0,4\pi$; $2,1\pi$

$$\frac{7(m^3)^6 + 11(m^2)^{10}}{(3m^{15})^2}$$

9. (1 балл) Найдите значение выражения

10. (1 балл) Маша включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по девяти каналам из сорока пяти показывают новости. Найдите вероятность того, что Маша попадет на канал, где новости не идут.

11. (1 балл) Объем первого цилиндра равен 12 м^3 . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

12. (1 балл) Найдите производную функции $f(x) = 4x^3 - 3x$

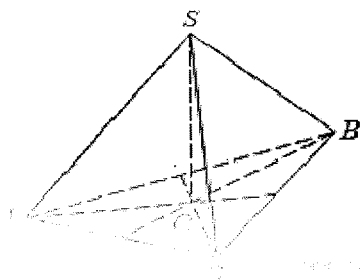
13. (1 балл) Решите неравенство: $(x-5)(2x+3) \geq 0$

14. (1 балл) Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, имеют длины 3, 4 и 12. Найдите длину диагонали этого параллелепипеда.

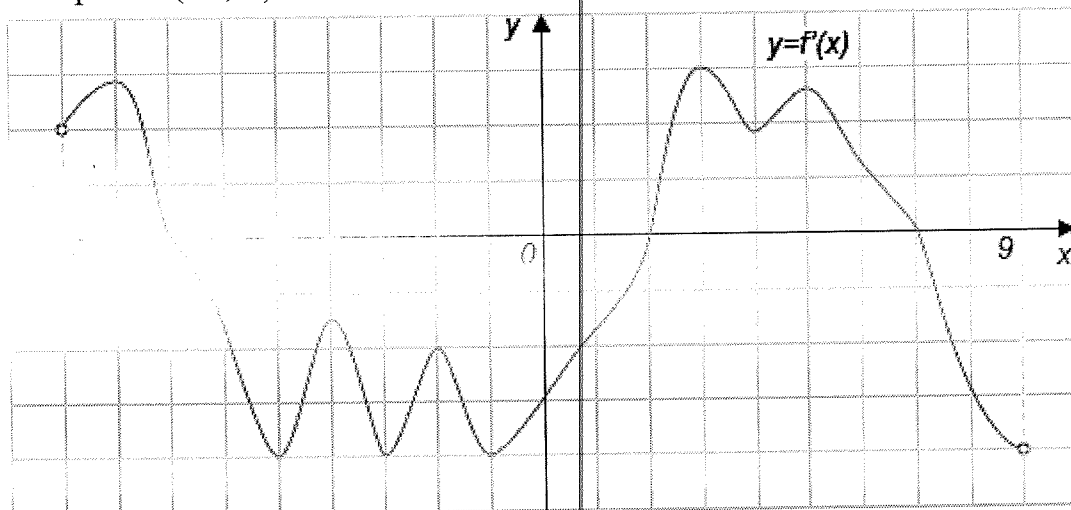
15. (1 балл) Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 7} = 2$.

16. (1 балл) Вычислите значение выражения: $\log_3 27 + \log_2 8 - \log_4 16$.

17. (1 балл). В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания SA и SB пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 4 , а высота пирамиды равен 4 . Найдите длину отрезка OS .



18.(1балл) На рисунке изображён график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 9)$.



Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 8]$

Дополнительная часть.

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. (3балла) Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов раньше автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

20. (3балла) Найдите наибольшее значение функции $y=x^3+2x^2+x+3$ на отрезке $[-3; -0,5]$

21. (3 балла) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x - 1} = 7, \\ 2\sqrt{2} \sin y = x. \end{cases}$$

22. (3 балла) Решите уравнение $2\cos 2x - 7\cos(\frac{\pi}{2} + x) + 2 = 0$.

Вариант 3

Обязательная часть

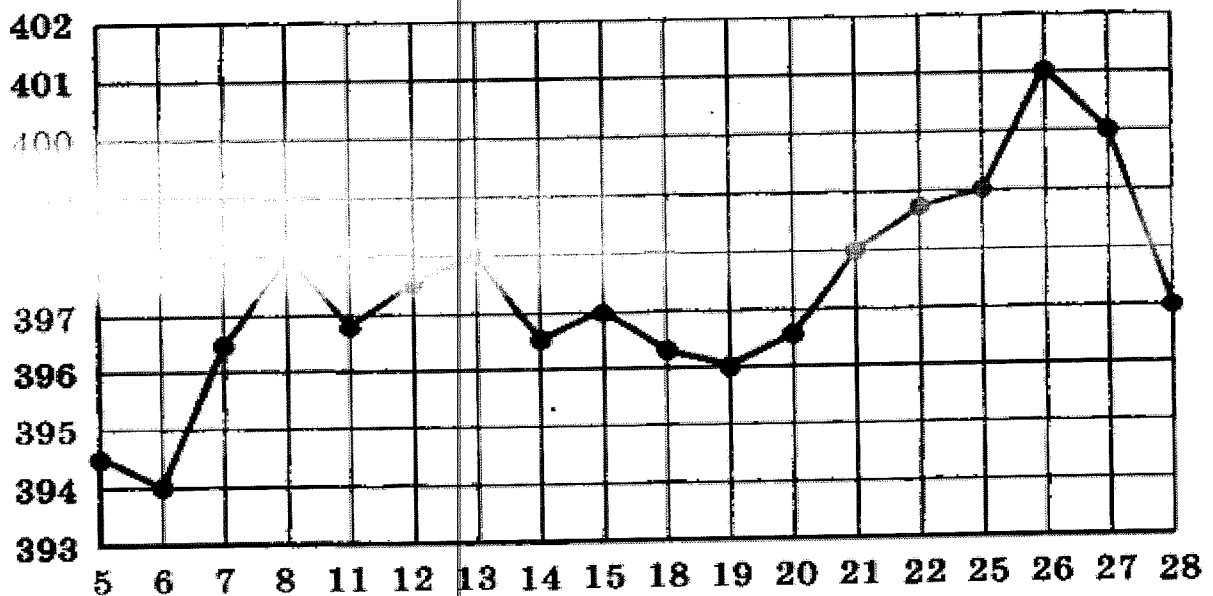
При выполнении заданий 1-18 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл)

Теплоход рассчитан на 650 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

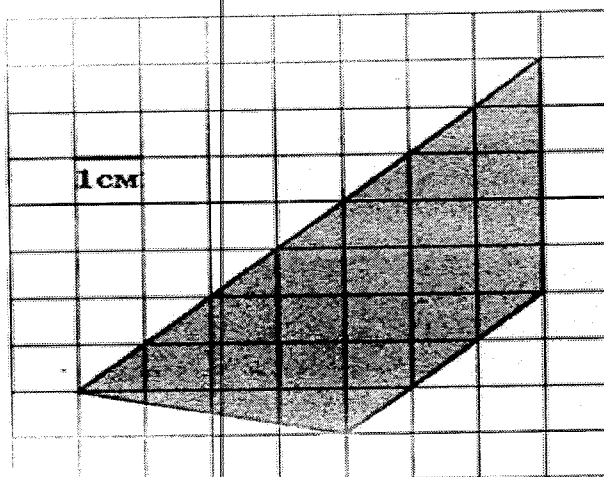
2. (1 балл)

На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



3. (1 балл)

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. (1 балл)

Найдите корень уравнения $\log_2(7 - x) = 5$.

5. (1 балл)

В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 90 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	250 руб.	Нет	12 руб.
Б	Бесплатно	15 мин — 225 руб.	13 руб.
В	100 руб.	10 мин — 300 руб.	12 руб.

*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

6. (1 балл)

Найдите в градусной мере углы $\frac{\pi}{6}$; $1,2\pi$.

7. (1 балл)

Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

8. (1 балл)

Найдите производную от функции $f(x) = -3x^4 + 6x + 1$

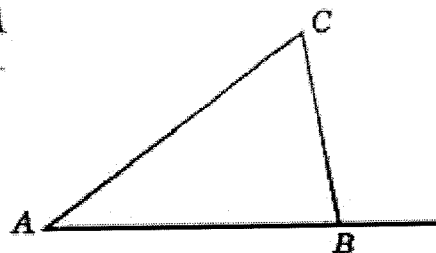
9. (1 балл) Решите неравенство $\frac{(2x-1)(x+4)}{3x-6} \geq 0$

10. (1 балл)

Найдите значение выражения $\log_5 135 - \log_5 5,4$.

11. (1 балл)

В треугольнике ABC угол A равен 30° , а каждый угол при вершине B равен 102° . Найдите угол C .

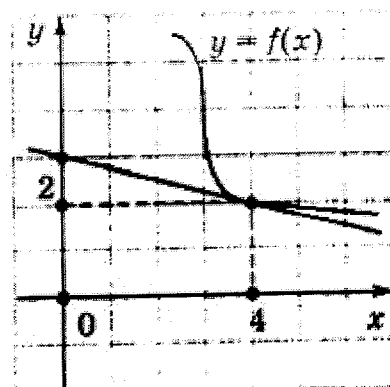


12. (1 балл)

Найдите корень уравнения $\log_2(-1-x) = 1$.

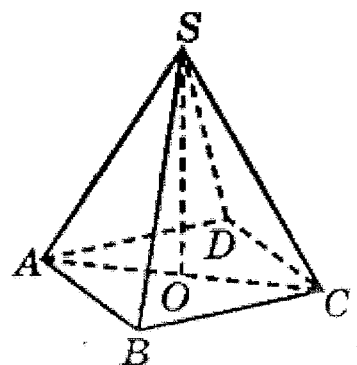
13. (1 балл)

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой 4. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке $x_0 = 4$.



14. (1 балл)

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SC = 73$, $AC = 110$. Найдите длину отрезка SO .



15. (1 балл)

Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

16. (1 балл)

Объём цилиндра равен 1 см^3 . Радиус основания уменьшили в 2 раза, а высоту увеличили в 3 раза. Найдите объём получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

17. (1 балл)

$$\sqrt{x^2 + 5x + 10} = 2.$$

18. (1 балл)

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. На какую максимальную высоту поднялся камень.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ

19. (3 балла)

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 9x - 8\sin x + 7$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

20. (3 балла)

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 ч. Через 5 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

21. (3 балла)

Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x - 3 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$.

22. (3 балла)

Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7 \\ 2x^2 - 6x \\ x - 4 \leq x \end{cases}$$

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-18 запишите ход решения и полученный ответ.

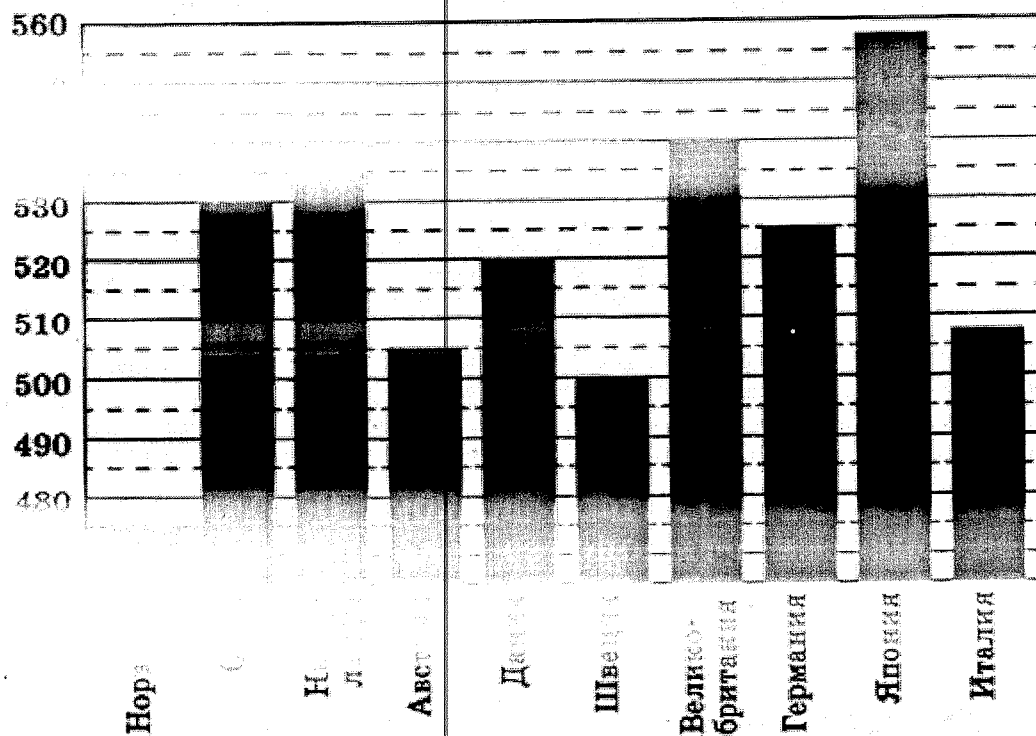
1. (1 балл)

В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 27 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 550 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

2. (1 балл)

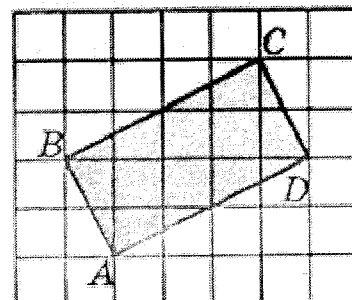
На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 10 500-балльной шкале).

По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл заключён между 495 и 515.



3. (1 балл)

Найдите площадь прямоугольника $ABCD$. Размер каждой клетки 1 см \times 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. (1 балл)

Найдите корень уравнения $7^{x-2} = 49$.

5. (1 балл)

Для размещения иностранных гостей требуется купить путеводители общим количеством 20 шт. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Доп. условия
А	282	200	Нет
Б	271	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6000 р.
В	302	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 5000 р.

6. (1 балл)

Выразите в радианной мере углы: 45° ; 120° .

7. (1 балл)

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

8. (1 балл)

Найдите производную от функции $f(x) = -3x^6 - 5$

9. (1 балл)

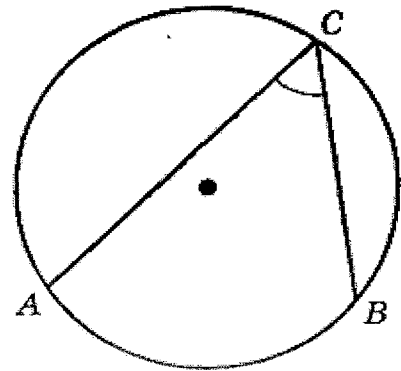
Решите неравенство $\frac{(4x-8)(4x+12)}{x-5} < 0$

10. (1 балл)

Вычислите значение выражения $\log_3 81 + \log_5 625 - \log_6 216$

11. (1 балл)

На окружности отмечены точки A , B и C . Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 130° . Дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 72° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



12. (1 балл)

Определите, какие из перечисленных точек принадлежат графику функции

$$y(x) = -5x + 7.$$

A (1; 2);

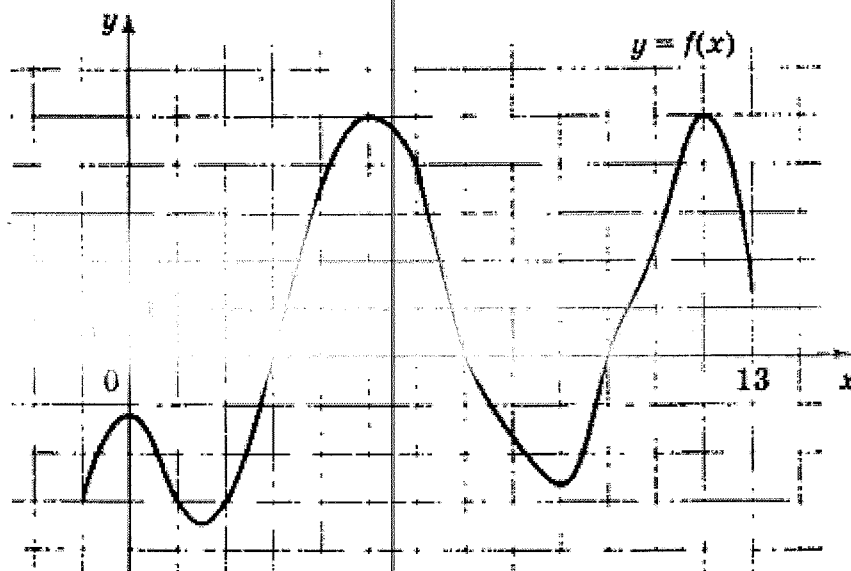
B (0; 2);

C (2; 4);

D (-1; -12).

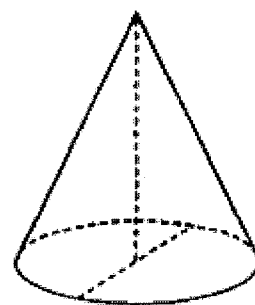
13. (1 балл)

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на отрезке $(-1; 13)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



14. (1 балл)

Высота конуса равна 36, а диаметр основания равен 30. Найдите длину образующей конуса.



15. (1 балл)

В классе 21 шестиклассник, среди них два друга — Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в одной и той же группе.

16. (1 балл)

Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в восемь раз?

17. (1 балл)

Решите уравнение $8\sqrt{x^2 - 9} = 32$.

18. (1 балл)

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада изотопа. В начальный момент масса изотопа $m_0 = 80$ мг. Период полураспада $T = 3$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равна 10 мг?

Дополнительная часть

Для выполнения заданий 19-22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла)

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 8x^2 - x^3 + 13$$

на отрезке $[-5; 5]$.

20. (3 балла)

Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 60%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 2%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

а) Решите уравнение $2\sin^3 x - 2\sin x + \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

22. (3 балла)

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{30 \cdot 5^{x+3} - 0,2^{x+1}}{5^{3-x} - 25^{1-x}} \geq 5^{x-3}, \\ \log_{x+6} \frac{x^4}{x^2 + 12x + 36} \leq 0. \end{cases}$$